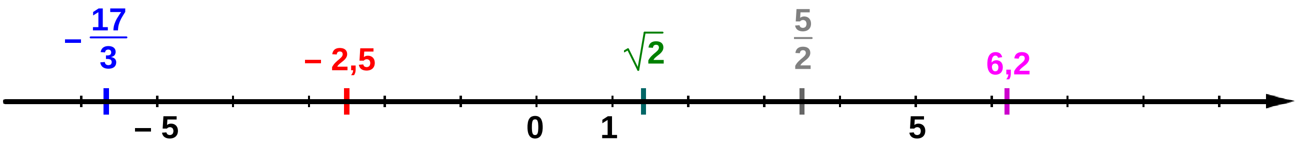
Généralités sur les fonctions

I) L'ensemble ℝ et les intervalles :

► Tous les nombres étudiés jusqu'à présent peuvent être rangés sur une droite graduée.

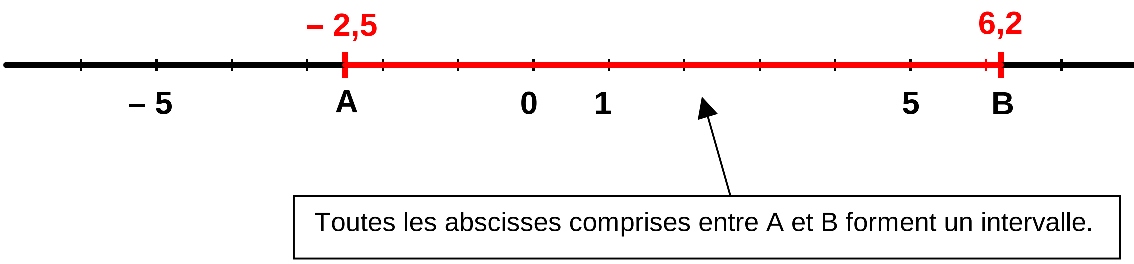


Tous les nombres **entiers**, **décimaux**, **rationnels**, **irrationnels** constituent l'ensemble des **nombres réels**; on le note ℝ

> rappel : un nombre **rationnel** peut s'écrire sous forme de fraction.
> $-\frac{17}{3}$; **–2,5**; $\frac{5}{2}$; **6,2** sont **des rationnels**
> $\sqrt{2}$ est **irrationnel**, on ne peut pas l'écrire sous forme de fraction.

► Tous les nombres compris entre deux abscisses de deux points d'une droite graduée constituent un intervalle.

Ex :



[–2,5 ; 6,2] est l'écriture de l'intervalle (en prenant –2,5 et 6,2 dans l'intervalle)

> l'intervalle est fermé.

]–2,5 ; 6,2] est l'écriture de l'intervalle (en excluant –2,5 de l'intervalle)

> l'intervalle est ouvert à gauche, fermé à droite.

[–2,5 ; 6,2[est l'écriture de l'intervalle (en excluant 6,2 de l'intervalle)

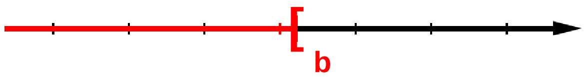
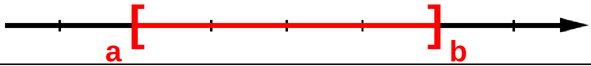
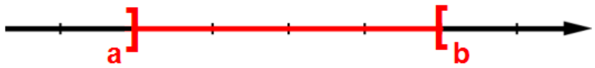
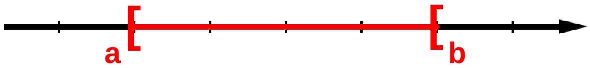
> l'intervalle est fermé à gauche, ouvert à droite.

]–2,5 ; 6,2[est l'écriture de l'intervalle (en excluant –2,5 et 6,2 de l'intervalle)

> l'intervalle est ouvert.

On peut écrire ℝ sous la forme de l' intervalle $]-\infty\ ;\ +\infty[$

$-\infty$ se lit "moins l'infini" $+\infty$ se lit "plus l'infini"

intervalle	réels x tels que	droite graduée
$]-\infty\ ;\ b[$	$x < b$	
$[a\ ;\ b]$	$a \leqslant x \leqslant b$	
$]a\ ;\ b[$	$a < x < b$	
$[a\ ;\ b[$	$a \leqslant x < b$	

II) Fonctions :

<u>rappel</u> : Je décide d'associer à chaque nombre d' une partie de ℝ un unique nombre. Je suis en train de fabriquer une fonction de cette partie de ℝ dans l'ensemble des réels.

<u>définition</u> : **définir une fonction f** d'une partie D de ℝ, c'est associer à chaque nombre x de D un réel unique noté $f(x)$

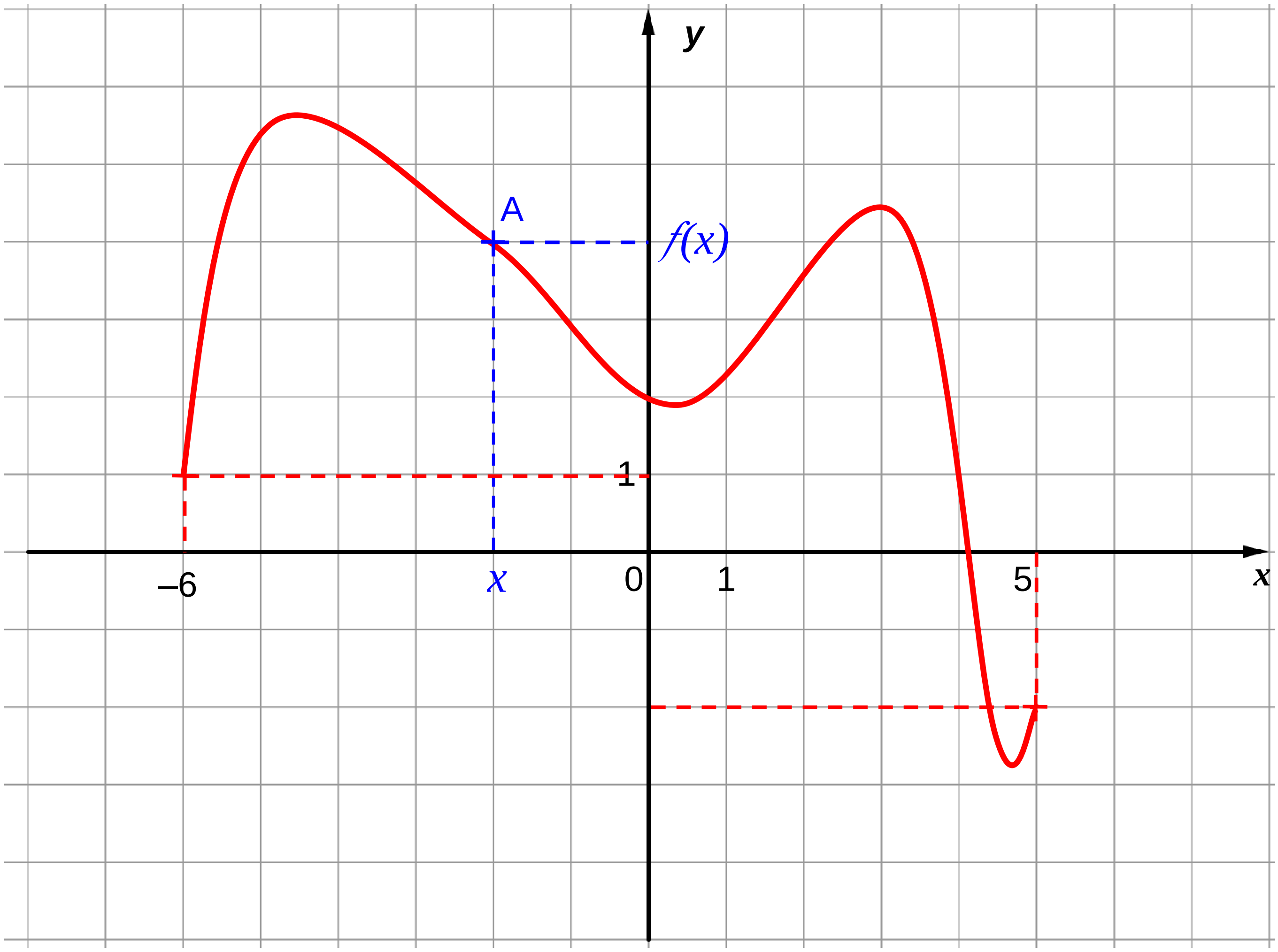
- D est appelé le **domaine de définition** de f
- $f(x)$ est l'**image** du nombre x
- si un nombre b est l'image de a par f, (f (a) = b) alors a est l'**antécédent** de b par f
- la fonction f peut être notée; $\boldsymbol{f : x \longmapsto f(x)}$

<u>définition</u> : Soit f une fonction et D son ensemble de définition.

Dans un repère du plan, la **représentation graphique** $\mathscr{C}$ de f est l'ensemble des points de coordonnées **$(x; f(x))$** où x est un nombre appartenant à D

La courbe C a pour **équation** y = $f(x)$

Ex : Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-6;5]



III) Sens de variation :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I

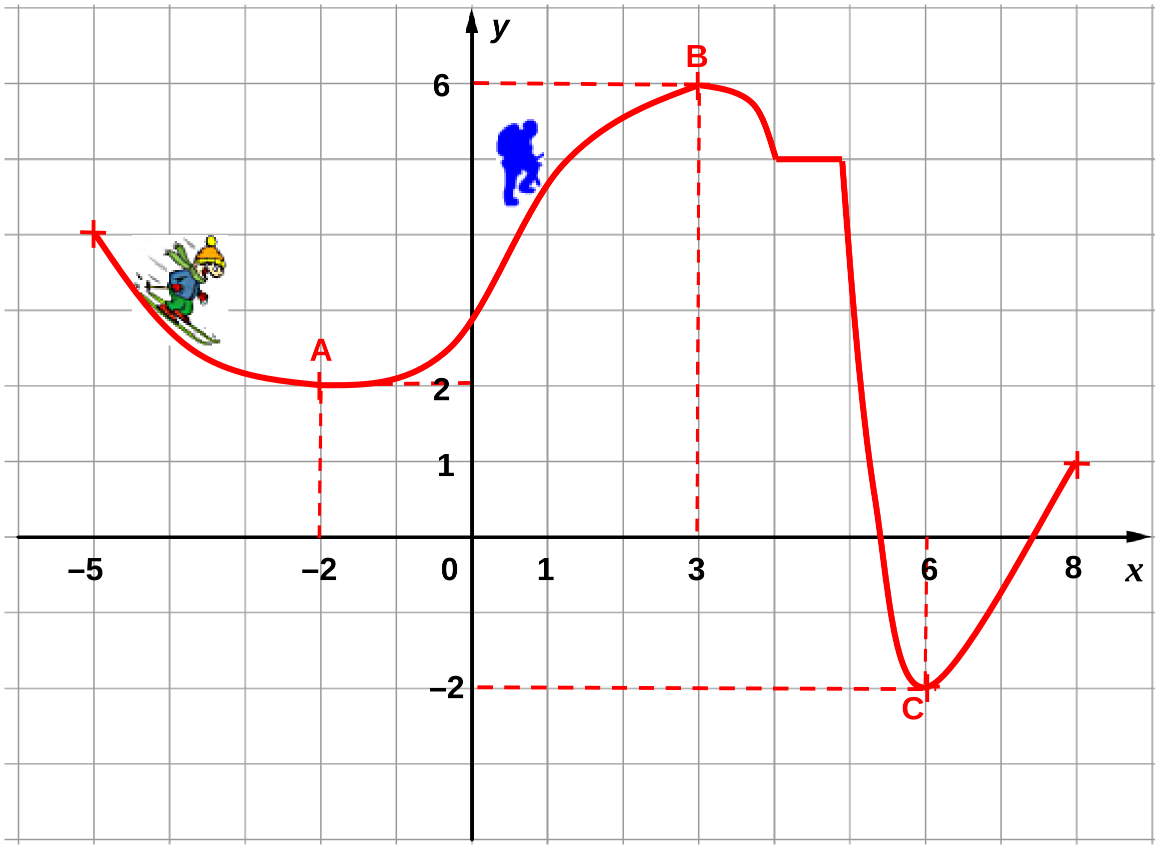
définition :

dire que **la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle I** signifie que, pour deux nombres a et b de l'intervalle I, **si a < b alors f (a) < f (b)**

dire que **la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle I** signifie que, pour deux nombres a et b de l'intervalle I, **si a < b alors f (a) > f (b)**

f est croissante signifie que pour deux nombres a et b de l'intervalle I, **si a < b alors f (a) $\leqslant$ f (b)**
f est décroissante signifie que pour deux nombres a et b de l'intervalle I, **si a < b alors f (a) $\geqslant$ f (b)**

Ex :



la fonction f ci-dessus est **strictement décroissante** sur [–5;-2]

la fonction f ci-dessus est **strictement croissante** sur [–2;3]

la fonction f est décroissante sur [3;6]. Je n'emploie pas le mot "strictement" sur cet intervalle !

__définition :__

le **maximum M** de f sur l' intervalle I est la plus grande valeur prise par $f(x)$ sur cet intervalle. On a alors pour tout x de I, $f(x) \leqslant$ M

Ex :

la fonction f ci-dessus a pour maximum 6 sur l'intervalle [–5;8]. Il est atteint pour $x = 3$

le **minimum m** de f sur l' intervalle I est la plus grande valeur prise par $f(x)$ sur cet intervalle. On a alors pour tout x de I, $f(x) \geqslant$ M

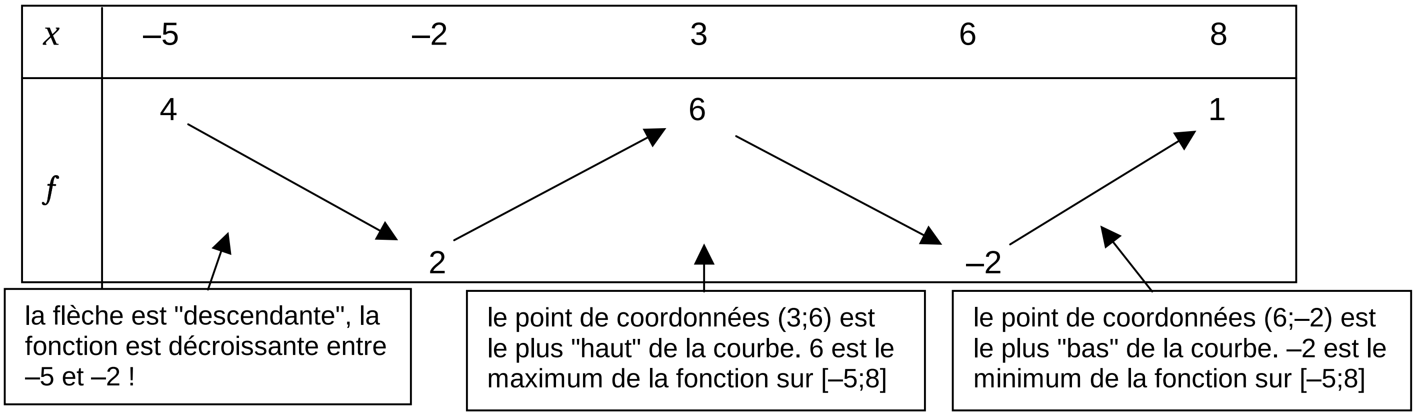
Ex :

la fonction f ci-dessus a pour minimum –2 sur l'intervalle [–5;8].
Il est atteint pour $x = 6$

un **extremum** est un maximum ou un minimum !

un tableau de variations résume les variations d'une fonction :

Voici le tableau de variations de la fonction précédente



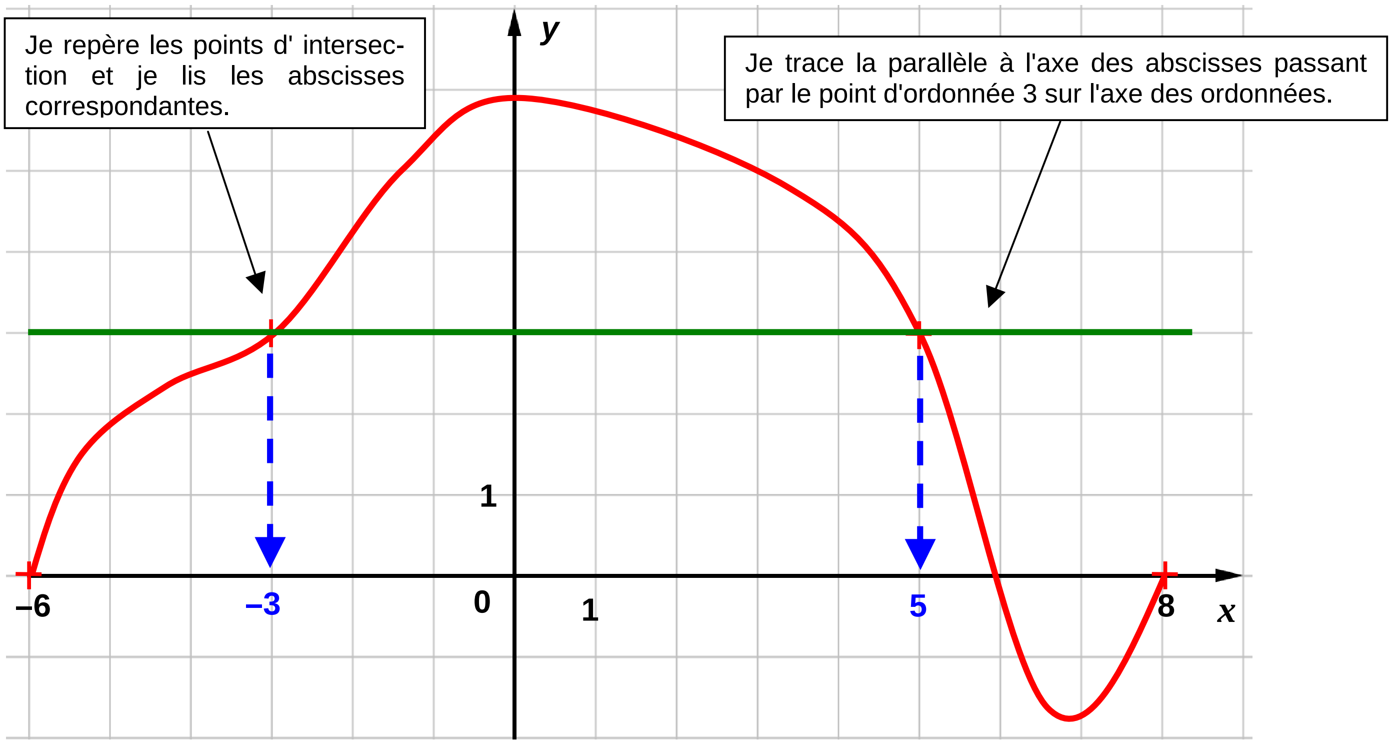
IV) Résolution graphique d'équations et d'inéquations :

Soit f une fonction et D son ensemble de définition.

définition (rappel) :

Résoudre une équation (ou une inéquation) revient à trouver **toutes les solutions** pour lesquelles **l'égalité** (ou **l'inégalité**) est vraie.
On peut résoudre graphiquement des équations ou des inéquations.

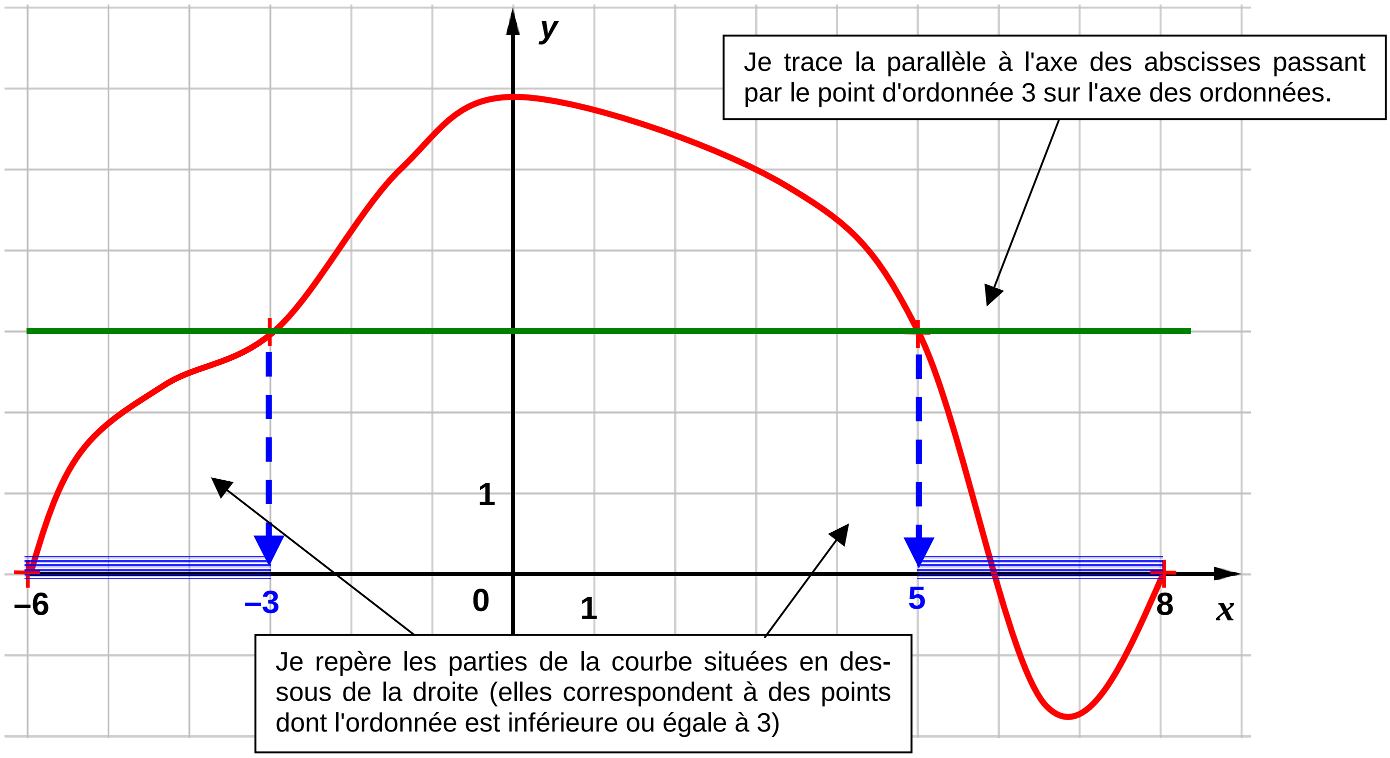
Ex : Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-6;8]
Résolvons graphiquement l'équation $\boldsymbol{f(x) = 3}$



Les abscisses des points correspondants sont –3 et 5
L'équation $f(x) = 3$ a donc deux solutions : **–3** et **5**

Ex : Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [-6;8]

Résolvons graphiquement l' inéquation $\boldsymbol{f(x) \leqslant 3}$



Les solutions de l'inéquation se lisent sur l'axe des abscisses.
Ce sont tous les nombres de l'intervalle [–6;3] **ou** de l'intervalle [5;8]
L'ensemble des solutions de l'inéquations est S = [–6;–3] ∪ [5;8]

$f(x) \leqslant 3$ sur [–6;8] pour $x \in$ [–6;–3] ∪ [5;8]   ∪ se lit "union"