

Compte rendu de mathématiques

Problème posé:

Un maître nageur (en mer) souhaite délimiter un espace de baignade (rectangulaire).

Il dispose pour cela d'une corde de 150 m et de 4 piquets.

Il veut que l'aire de baignade soit maximale (la plus grande possible).

Comment placer les piquets?

1) Méthode algébrique

- On réalise un rectangle tel que sa longueur = 50 m et sa largeur = 25 m : périmètre = 150 m. Mais le problème qui se pose est qu'il n'y a pas d'entrée...
- On réalise un nouveau rectangle tel que sa largeur = 27 m et sa longueur = 50 et 46 m : périmètre = 150 m. Mais le problème qui se pose est que ce rectangle nécessite 5 piquets.
- On réalise un rectangle dont l'entrée représente un de ses cotés. Ses 3 cotés sont tous égaux à 50 m : périmètre = 150 m et aire = 2500 m². C'est correct mais la question qu'on se pose est : est-ce l'aire maximale ?
- Pour comparer, on réalise un rectangle sur le même modèle que le précédent, mais dont les mesures sont 40 m et 70 m (périmètre: 150 m). Son aire est égale à 2800 m². Pouvons-nous trouver une aire encore plus grande ?
- On réalise alors de nouveau un rectangle sur le même modèle que les 2 précédents, mais dont les mesures sont 75 m et 37,5 m (périmètre:150m). Son aire est égale à 2812,5m².

On calcule ensuite algébriquement l'aire maximale de baignade:

$$2x + y = 150$$

$$x = (150 - y) / 2$$

$$y = 150 - 2x$$

$$((150 - y) / 2) \times (150 - 2x) = a$$

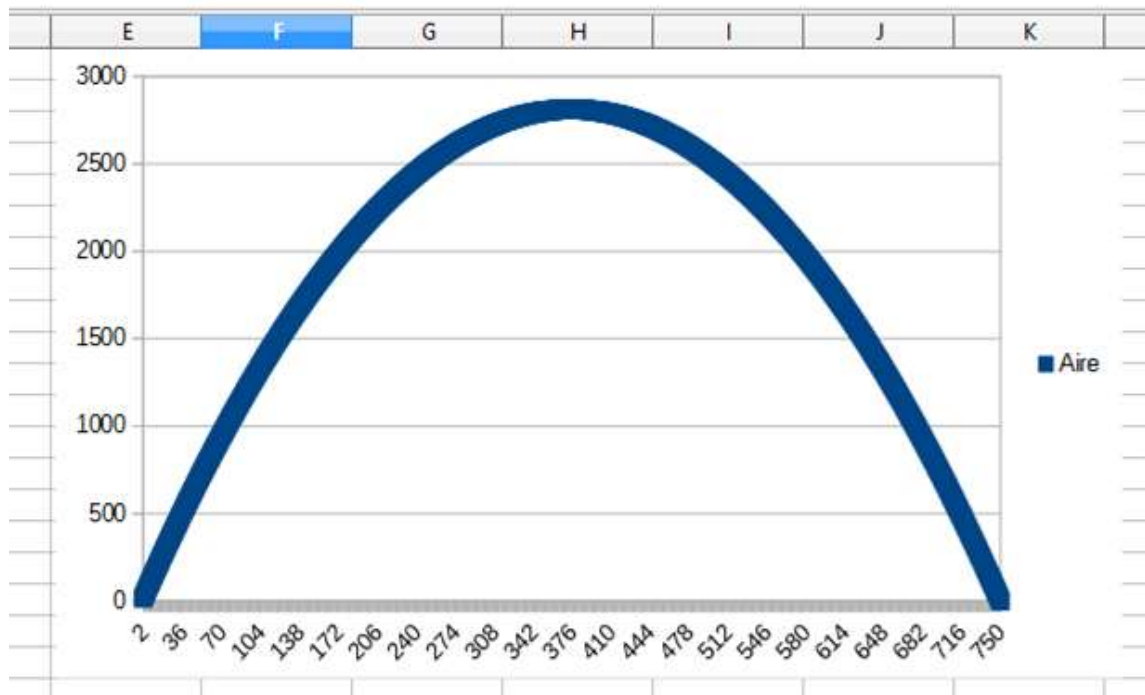
$$\text{aire : } y(150 - y) / 2$$

2) Méthode sur excel

Sur le tableur excel, nous avons envisagé toutes les valeurs possibles de x et y en prenant toujours en compte un périmètre de 150 m.

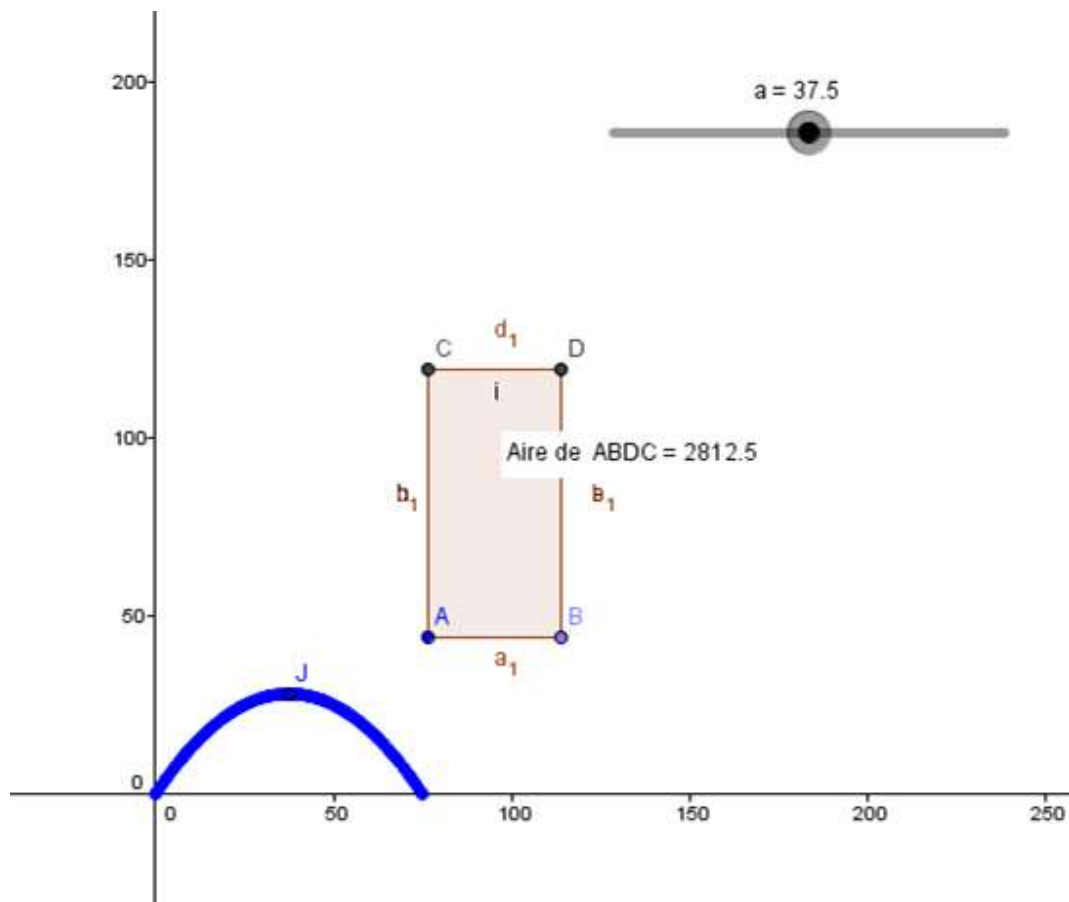
- Dans la colonne A, nous avons donné toutes les valeurs de x comprises entre 0 et 75, espacées de 0,1.
- Dans la colonne B2, nous avons écrit la formule : =150 - 2*A2 (les diverses valeurs de x). Puis nous avons étiré la formule.
- Dans la colonne C, nous avons multiplié pour chaque ligne, les résultats de la colonne A et B. exemple, en C2, nous avons saisi: =A2*B2. Cela nous permet de calculer l'aire en envisageant toutes les combinaisons entre les différentes valeurs de x et y.

Nous insérons ensuite un graphique. Et nous trouvons, selon la courbe, que l'aire la plus grande pour un périmètre de 150 m est de 2812,5 m², soit x = 37,5 m et y = 75 m.



3) Méthode sur geogebra

Suite à de nombreuses manipulations (cercle centre-point, droites parallèles ou perpendiculaires, segments...), nous avons obtenu un quadrilatère ABCD de dimensions a et $(150 - 2a)$. Selon la valeur de a , l'aire d'ABCD change. Cela nous permet de voir que son aire maximale est de 2812,5 m², soit $a = 37,5$. En affichant la trace du point J (dont la définition est: $(a, a(150 - 2a)/100)$), nous obtenons une courbe représentative des valeurs de l'aire/100.



J'en conclus que pour répondre à un problème donné, nous disposons de plusieurs méthodes.

Excel et Geogebra nous ont permis de prouver que les 4 piquets doivent être placés de façon à former un rectangle ouvert aux dimensions de 37,5 m et 75 m. Soit un périmètre de 150 m et d'une aire de 2812,5m². Mais cette approche est approximative (au dixième près) et ne constitue pas une démonstration. La forme algébrique de la fonction pourrait nous permettre de trouver la valeur exacte mais elle nécessite que l'on apprenne à étudier une fonction, à trouver son maximum.