EXERCICE 4C.1

Etudier les variations de la fonction $f(x)=\dfrac{1}{3x-9}$ sur les intervalles $]3;+\infty[$ et $]-\infty;3[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

EXERCICE 4C.2

Etudier les variations de la fonction $g(x)=\dfrac{-5}{8-2x}$ sur les intervalles $]4;+\infty[$ et $]-\infty;4[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

EXERCICE 4C.3

Etudier les variations de la fonction $h(x)=\dfrac{1}{(5x-10)^2}$ sur les intervalles $]2;+\infty[$ et $]-\infty;2[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

EXERCICE 4C.4

Etudier les variations de la fonction $m(x)=\dfrac{-7}{(15-3x)^2}$ sur les intervalles $]5;+\infty[$ et $]-\infty;5[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{5\}$.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – *Montpellier*

EXERCICE 4C.1

Etudier les variations de la fonction $f(x)=\dfrac{1}{3x-9}$ sur les intervalles $]3;+\infty[$ et $]-\infty;3[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Les opérations successives de la fonction *f* sont : $x \mapsto 3x \mapsto 3x-9 \mapsto \dfrac{1}{3x-9}$

Soit $a,b \in]3;+\infty[$ tels que $3<a<b$

$\Leftrightarrow$ $9<3a<3b$

$\Leftrightarrow$ $0<3a-9<3b-9$ ces quantités sont positives

La fonction inverse est décroissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow$ $\dfrac{1}{3a-9}>\dfrac{1}{3b-9}>0$ ces quantités restent positives

$\Leftrightarrow$ $f(a)>f(b)$ donc *f* est décroissante sur $]3;+\infty[$.

Soit $a,b \in]-\infty;3[$ tels que $a<b<3$

$\Leftrightarrow$ $3a<3b<9$

$\Leftrightarrow$ $3a-9<3b-9<0$ ces quantités sont négatives

La fonction inverse est décroissante sur $]-\infty;0[$ donc

$\Leftrightarrow$ $0>\dfrac{1}{3a-9}>\dfrac{1}{3b-9}$ ces quantités restent négatives

$\Leftrightarrow$ $f(a)>f(b)$ donc *f* est décroissante sur $]-\infty;3[$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
f		↘	‖	↘	

EXERCICE 4C.2

Etudier les variations de la fonction $g(x)=\dfrac{-5}{8-2x}$ sur les intervalles $]4;+\infty[$ et $]-\infty;4[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Les opérations successives de la fonction *g* sont : $x \mapsto -2x \mapsto 8-2x \mapsto \dfrac{1}{8-2x} \mapsto \dfrac{-5}{8-2x}$

Soit $a,b \in]4;+\infty[$ tels que $4<a<b$

$\Leftrightarrow$ $-8>-2a>-2b$

$\Leftrightarrow$ $0>8-2a>8-2b$ ces quantités sont négatives

La fonction inverse est décroissante sur $]-\infty;0[$ donc

$\Leftrightarrow$ $0<\dfrac{1}{8-2a}<\dfrac{1}{8-2b}$ ces quantités restent négatives

$\Leftrightarrow$ $\dfrac{-5}{8-2a}>\dfrac{-5}{8-2b}>0$ ces quantités deviennent positives

$\Leftrightarrow$ $g(a)>g(b)$ donc *g* est décroissante sur $]4;+\infty[$.

Soit $a,b \in]-\infty;4[$ tels que $a<b<4$

$\Leftrightarrow -2a>-2b>-8$

$\Leftrightarrow 8-2a>8-2b>0$ ces quantités sont positives

La fonction inverse est décroissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow 0<\dfrac{1}{8-2a}<\dfrac{1}{8-2b}$ ces quantités restent positives

$\Leftrightarrow 0>\dfrac{-5}{8-2a}>\dfrac{-5}{8-2b}$ ces quantités deviennent négatives

$\Leftrightarrow g(a)>g(b)$ donc g est décroissante sur $]-\infty;4[$.

x	$-\infty$		4		$+\infty$
f		$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	

EXERCICE 4C.3

Etudier les variations de la fonction $h(x)=\dfrac{1}{(5x-10)^2}$ sur les intervalles $]2;+\infty[$ et $]-\infty;2[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Les opérations successives de la fonction h sont : $x \mapsto 5x \mapsto 5x-10 \mapsto (5x-10)^2 \mapsto \dfrac{1}{(5x-10)^2}$

Soit $a,b \in]2;+\infty[$ tels que $2<a<b$

$\Leftrightarrow 10<5a<5b$

$\Leftrightarrow 0<5a-10<5b-10$ ces quantités sont positives

La fonction carré est croissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow 0<(5a-10)^2<(5b-10)^2$ ces quantités sont positives

La fonction inverse est décroissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{(5a-10)^2}>\dfrac{1}{(5b-10)^2}>0$ ces quantités restent positives

$\Leftrightarrow h(a)>h(b)$ donc h est décroissante sur $]2;+\infty[$.

Soit $a,b \in]-\infty;2[$ tels que $a<b<2$

$\Leftrightarrow 5a<5b<10$

$\Leftrightarrow \Leftrightarrow 5a-10<5b-10<0$ ces quantités sont négatives

La fonction carré est décroissante sur $]-\infty;0[$ donc

$\Leftrightarrow (5a-10)^2>(5b-10)^2>0$ ces quantités sont positives

La fonction inverse est décroissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow 0<\dfrac{1}{(5a-10)^2}<\dfrac{1}{(5b-10)^2}$ ces quantités restent positives

$\Leftrightarrow h(a)<h(b)$ donc h est croissante sur $]-\infty;2[$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f		$\nearrow$	$\Vert$	$\searrow$	

EXERCICE 4C.4

Etudier les variations de la fonction $m(x)=\dfrac{-7}{(15-3x)^2}$ sur les intervalles $]5;+\infty[$ et $]-\infty;5[$ puis dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}\setminus\{5\}$.

Les opérations successives de la fonction *m* sont :

$$x\mapsto -3x\mapsto 15-3x\mapsto (15-3x)^2\mapsto \frac{1}{(15-3x)^2}\mapsto \frac{-7}{(15-3x)^2}$$

Soit $a,b\in]5;+\infty[$ tels que $5<a<b$

$\Leftrightarrow\ -15>-3a>-3b$

$\Leftrightarrow\ 0>15-3a>15-3b$ ces quantités sont négatives

La fonction carré est décroissante sur $]-\infty;0[$ donc

$\Leftrightarrow\ 0<(15-3a)^2<(15-3b)^2$ ces quantités sont positives

La fonction inverse est décroissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow\ \dfrac{1}{(15-3a)^2}>\dfrac{1}{(15-3b)^2}>0$ ces quantités restent positives

$\Leftrightarrow\ \dfrac{-7}{(15-3a)^2}<\dfrac{-7}{(15-3b)^2}<0$

$\Leftrightarrow\ m(a)<m(b)$ donc *m* est croissante sur $]5;+\infty[$.

Soit $a,b\in]-\infty;5[$ tels que $a<b<5$

$\Leftrightarrow\ -3a>-3b>-15$

$\Leftrightarrow\ 15-3a>15-3b>0$ ces quantités sont positives

La fonction carré est croissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow\ (15-3a)^2>(15-3b)^2>0$ ces quantités sont positives

La fonction inverse est décroissante sur $]0;+\infty[$ donc

$\Leftrightarrow\ 0<\dfrac{1}{(15-3a)^2}<\dfrac{1}{(15-3b)^2}$ ces quantités restent positives

$\Leftrightarrow\ 0>\dfrac{-7}{(15-3a)^2}>\dfrac{-7}{(15-3b)^2}$

$\Leftrightarrow\ m(a)>m(b)$ donc *m* est décroissante sur $]-\infty;5[$.

x	$-\infty$		5		$+\infty$
		$\searrow$	$\Vert$	$\nearrow$