EXERCICE 5A.1

On a regroupé dans ce tableau l'âge des 4 joueurs de tennis :

x	23	25	27	29
x^2				

a. Calculer la moyenne des âges.

b. Calculer la moyenne des $(\text{âges})^2$.

c. Calculer la variance de deux manières différentes puis l'écart-type de cette série.

EXERCICE 5A.2

On a regroupé dans ce tableau l'âge des 11 joueurs d'une équipe de football :

âge	21	24	26	28
effectif	2	3	4	2

a. Calculer la moyenne des âges.

b. Calculer la moyenne des $(\text{âges})^2$.

c. Calculer la variance de deux manières différentes puis l'écart-type de cette série.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 5A.1

On a regroupé dans ce tableau l'âge des 4 joueurs de tennis :

x	23	25	27	29
x^2	529	625	729	841

a. Moyenne des âges : $\overline{x} = \dfrac{23+25+27+29}{4} = \dfrac{104}{4} = 26$

b. Calculer la moyenne des (âges)^2 : $\dfrac{529+625+729+841}{4} = \dfrac{2724}{4} = 681$

c. Calculer la variance de deux manières différentes puis l'écart-type de cette série :

$$V_1 = \frac{(23-26)^2+(25-26)^2+(27-26)^2+(29-26)^2}{4} = \frac{(-3)^2+(-1)^2+(+1)^2+(+3)^2}{4} = \frac{9+1+1+9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$V_2 = \frac{23^2+25^2+27^2+29^2}{4} - 26^2 = \frac{529+625+729+841}{4} - 26^2 = 681-676 = 5$$

$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{5} \simeq 2,23$ → *en terminale, on dira (pour de plus grands effectifs) qu'environ 95 % des joueurs de tennis ont un âge compris entre* $\left[\overline{x}-2\sigma ; \overline{x}+2\sigma\right] = [26-2\times 2,23 ; 26+2\times 2,23] = [21,54 ; 30,46]$ *ans.*

EXERCICE 5A.2

On a regroupé dans ce tableau l'âge des 11 joueurs d'une équipe de football :

âge	21	24	26	28
effectif	2	3	4	2

a. Calculer la moyenne des âges : $\overline{x} = \dfrac{21\times 2+24\times 3+26\times 4+28\times 2}{2+3+4+2} = \dfrac{42+72+104+56}{11} = \dfrac{274}{11} \simeq 24,91$

b. Calculer la moyenne des (âges)^2 :

$$\frac{21^2\times 2+24^2\times 3+26^2\times 4+28^2\times 2}{2+3+4+2} = \frac{441\times 2+576\times 3+676\times 4+784\times 2}{11} = \frac{882+1728+2704+1568}{11}$$

$$= \frac{6882}{11} \simeq 625,6364$$

c. Calculer la variance de deux manières différentes puis l'écart-type de cette série :

$$V_1 = \frac{n_1\times\left(x_1-\overline{x}\right)^2+n_2\times\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\ldots+n_4\times\left(x_4-\overline{x}\right)^2}{n_1+n_2+\ldots+n_4}$$

$$V_1 = \frac{2\times(21-24,91)^2+3\times(24-24,91)^2+4\times(26-24,91)^2+2\times(28-24,91)^2}{11}$$

$$= \frac{2\times(-3,91)^2+3\times(-0,91)^2+4\times 1,09^2+2\times 3,09^2}{11} = \frac{2\times 15,2881+3\times 0,8281+4\times 1,1881+2\times 9,5481}{11}$$

$$= \frac{30,5762+2,4843+4,7524+19,0962}{11} = \frac{56,9091}{11} \simeq 5,1736$$

$$V_2 = \frac{n_1\times x_1^{\,2}+n_2\times x_2^{\,2}+\ldots+n_4\times x_4^{\,2}}{n_1+n_2+\ldots+n_4} - \left(\overline{x}\right)^2$$

$$V_2 = \frac{2\times 21^2+3\times 24^2+4\times 26^2+2\times 28^2}{2+3+4+2} - 24,91^2 = 625,6364-620,5081 = 5,1283$$

L'imprécision au centième est logique car on n'a gardé que deux décimales pour la moyenne.

Prenons $V \simeq 5,15$ → $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{5,15} \simeq 2,27$