

Statistiques

Exercice 5C.1 :

Huit sprinters effectuent deux 100 m. Leurs temps sont donnés dans le tableau suivant :

	Sprinter A	Sprinter B	Sprinter C	Sprinter D	Sprinter E	Sprinter F	Sprinter G	Sprinter H
Sprint 1	10''14	10''17	9''94	10''05	10''25	10''09	9''98	10''32
Sprint 2	10''41	9''97	9''96	10''12	10''19	10''24	10''12	10''17

Soit $(x_i)_{1 \leq i \leq 8}$ les temps respectifs des sprinters A, B, ..., H au sprint 1 et $(y_i)_{1 \leq i \leq 8}$ les temps respectifs des sprinters A, B, ..., H au sprint 2.

1. Calculer les moyennes \bar{x} et \bar{y} des séries $(x_i)_{1 \leq i \leq 8}$ et $(y_i)_{1 \leq i \leq 8}$.
2. Calculer les écarts-types σ_x et σ_y des séries $(x_i)_{1 \leq i \leq 8}$ et $(y_i)_{1 \leq i \leq 8}$.
3. Lequel des deux sprints a été le plus homogène ?

Exercice 5C.2 :

1. Calculer, pour chaque mois de l'année, le jour médian ainsi que les jours qui correspondent au premier quartile et au troisième quartile.
2. Même question pour une année entière de 365 jours.

Exercice 5C.3 :

Le tableau suivant donne les effectifs des notes obtenues dans une classe en Maths et en Physique :

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Maths	0	0	0	0	1	0	1	1	3	4	4	1	3	2	2	1	1	0	0	0	0
Physique	0	1	0	0	2	0	1	2	1	1	4	2	2	0	3	2	1	0	1	0	1

Le but de l'exercice est de comparer la dispersion des notes en Maths et en Physique.

1. Utilisation des quartiles
 - a) Calculer médiane M_e et quartiles Q_1 et Q_3 en Maths
 - b) Calculer médiane M_e' et quartiles Q_1' et Q_3' en Physique
 - c) Représenter les diagrammes en boîte des notes en Maths et en Physique. Interpréter.
2. Utilisation des écarts-types
 - a) Calculer la moyenne \bar{x} des notes en Maths et la moyenne des notes \bar{x}' en Physique. Interpréter.
 - b) Calculer l'écart-type σ des notes en Maths et l'écart-type σ' des notes en Physiques. Interpréter.
(On considérera que les notes en Maths et les notes en Physique sont des grandeurs comparables et qu'il n'y a pas lieu de relativiser les écarts-types en utilisant des coefficients de variations).

Exercice 5C.1 :

Huit sprinters effectuent deux 100 m. Leurs temps sont donnés dans le tableau suivant :

	Sprinter A	Sprinter B	Sprinter C	Sprinter D	Sprinter E	Sprinter F	Sprinter G	Sprinter H
Sprint 1	10''14	10''17	9''94	10''05	10''25	10''09	9''98	10''32
Sprint 2	10''41	9''97	9''96	10''12	10''19	10''24	10''12	10''17

Soit $(x_i)_{1 \leq i \leq 8}$ les temps respectifs des sprinters A, B, ..., H au sprint 1 et $(y_i)_{1 \leq i \leq 8}$ les temps respectifs des sprinters A, B, ..., H au sprint 2.

1. Calculer les moyennes \bar{x} et \bar{y} des séries $(x_i)_{1 \leq i \leq 8}$ et $(y_i)_{1 \leq i \leq 8}$.

$$\bar{x} = \frac{10,14 + 10,17 + 9,94 + 10,05 + 10,25 + 10,09 + 9,98 + 10,32}{8} = \frac{80,94}{8} = 10,1175$$

$$\bar{y} = \frac{10,41 + 9,97 + 9,96 + 10,12 + 10,19 + 10,24 + 10,12 + 10,17}{8} = \frac{81,18}{8} = 10,1475$$

2. Calculer les écarts-types S_x et S_y des séries $(x_i)_{1 \leq i \leq 8}$ et $(y_i)_{1 \leq i \leq 8}$.

$$\sigma_x = \frac{10,14^2 + 10,17^2 + 9,94^2 + 10,05^2 + 10,25^2 + 10,09^2 + 9,98^2 + 10,32^2}{8} - 10,1175^2$$

$$\sigma_x \approx 0,0147$$

$$\sigma_y = \frac{10,41^2 + 9,97^2 + 9,96^2 + 10,12^2 + 10,19^2 + 10,24^2 + 10,12^2 + 10,17^2}{8} - 10,1475^2$$

$$\sigma_y \approx 0,0185$$

3. Lequel des deux sprints a été le plus homogène ?

$S_x < S_y$ donc le premier sprint a été le plus homogène.

Exercice 5C.2 :

1. Calculer, pour chaque mois de l'année, le jour médian ainsi que les jours qui correspondent au premier quartile et au troisième quartile.

Janvier a $n = 31$ jours : n est impair :

$$\frac{n+1}{2} = 16 \rightarrow \text{la médiane est le } 16^{\text{ème}} \text{ jour}$$

$$n \times \frac{1}{4} = \frac{31}{4} = 7,75 \rightarrow \text{le } 1^{\text{er}} \text{ quartile est le } 8^{\text{ème}} \text{ jour}$$

$$n \times \frac{3}{4} = \frac{93}{4} = 23,25 \rightarrow \text{le } 3^{\text{ème}} \text{ quartile est le } 24^{\text{ème}} \text{ jour}$$

Et ainsi de suite

2. Même question pour une année entière de 365 jours.

Une année a $n = 365$ jours : n est impair :

$$\frac{n+1}{2} = 183 \rightarrow \text{la médiane est le } 183^{\text{ème}} \text{ jour}$$

$$n \times \frac{1}{4} = \frac{365}{4} = 91,25 \rightarrow \text{le } 1^{\text{er}} \text{ quartile est le } 92^{\text{ème}} \text{ jour}$$

$$n \times \frac{3}{4} = 273,75 \rightarrow \text{le } 3^{\text{ème}} \text{ quartile est le } 274^{\text{ème}} \text{ jour}$$

Exercice 5C.3 :

Le tableau suivant donne les effectifs des notes obtenues dans une classe en Maths et en Physique :

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Maths	0	0	0	0	1	0	1	1	3	4	4	1	3	2	2	1	1	0	0	0	0
ECC maths	0	0	0	0	1	1	2	3	6	10	14	15	18	20	22	23	24	24	24	24	24
Physique	0	1	0	0	2	0	1	2	1	1	4	2	2	0	3	2	1	0	1	0	1
ECC Physique	0	1	1	1	3	3	4	6	7	8	12	14	16	16	19	21	22	22	23	23	24

Le but de l'exercice est de comparer la dispersion des notes en Maths et en Physique.

1. Utilisation des quartiles

a) Calculer médiane M_e et quartiles Q_1 et Q_3 en Maths

L'effectif est pair : $n = 24 \rightarrow \frac{n}{2} = 12 \rightarrow$ le 12^{ème} rang est 10, le 13^{ème} aussi, donc $M_e = 10$

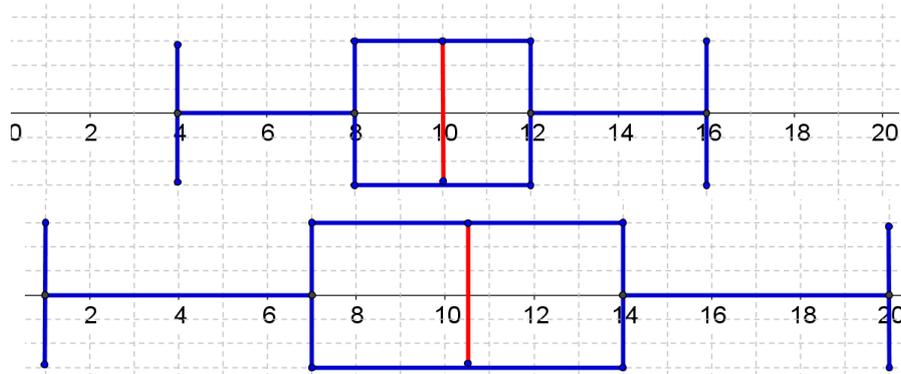
$n \times \frac{1}{4} = 6 \rightarrow$ le 6^{ème} rang donne $Q_1 = 8$ $n \times \frac{3}{4} = 18 \rightarrow$ le 18^{ème} rang donne $Q_3 = 12$

b) Calculer médiane M_e' et quartiles Q_1' et Q_3' en Physique

L'effectif est pair : $n = 24 \rightarrow \frac{n}{2} = 12 \rightarrow$ le 12^{ème} rang est 10, le 13^{ème} est 11, donc $M_e = 10,5$

$n \times \frac{1}{4} = 6 \rightarrow$ le 6^{ème} rang donne $Q_1' = 7$ $n \times \frac{3}{4} = 18 \rightarrow$ le 18^{ème} rang donne $Q_3' = 14$

c) Représenter les diagrammes en boîte des notes en Maths et en Physique. Interpréter.



Les notes en mathématiques sont moins dispersées qu'en physique.

2. Utilisation des écarts-types

a) Calculer la moyenne \bar{x} des notes en Maths et la moyenne des notes \bar{x}' en Physique. Interpréter.

$$\bar{x} = \frac{4 \times 1 + 6 \times 1 + 7 \times 1 + 8 \times 3 + 9 \times 4 + 10 \times 4 + 11 \times 1 + 12 \times 3 + 13 \times 2 + 14 \times 2 + 15 \times 1 + 16 \times 1}{1 + 1 + 1 + 3 + 4 + 4 + 1 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1} = \frac{260}{24} \approx 10,83$$

$$\bar{x} = \frac{249}{1 + 1 + 1 + 3 + 4 + 4 + 1 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1} = \frac{260}{24} = 10,375$$

$$\bar{x}' = \frac{1 \times 1 + 4 \times 2 + 6 \times 1 + 7 \times 2 + 8 \times 1 + 9 \times 1 + 10 \times 4 + 11 \times 2 + 12 \times 2 + 14 \times 3 + 15 \times 2 + 16 \times 1 + 18 \times 1 + 20 \times 1}{1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 4 + 2 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1}$$

$$\bar{x}' = \frac{258}{24} = 10,75 \rightarrow$$
 la moyenne est meilleure en physique bien que les notes soient plus dispersées.

b) Calculer l'écart-type σ des notes en Maths et l'écart-type σ' des notes en Physiques. Interpréter. (On considérera que les notes en Maths et les notes en Physique sont des grandeurs comparables et qu'il n'y a pas lieu de relativiser les écarts-types en utilisant des coefficients de variations).

$$\sigma = \frac{4^2 \times 1 + 6^2 \times 1 + 7^2 \times 1 + 8^2 \times 3 + 9^2 \times 4 + 10^2 \times 4 + 11^2 \times 1 + 12^2 \times 3 + 13^2 \times 2 + 14^2 \times 2 + 15^2 \times 1 + 16^2 \times 1}{24} - 10,375^2$$

$$\sigma = \frac{2781}{24} - 10,375^2 \approx 8,23$$

$$\sigma' = \frac{1^2 + 4^2 \times 2 + 6^2 + 7^2 \times 2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 \times 4 + 11^2 \times 2 + 12^2 \times 2 + 14^2 \times 3 + 15^2 \times 2 + 16^2 + 18^2 + 20^2}{1 + 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 4 + 2 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1} - 10,75^2$$

$$\sigma' = \frac{3260}{24} - 10,75^2 \approx 20,27$$