

Exercices sur les probabilités menant à des tableaux

EXERCICE 4B.1 : Une entreprise compte 250 salariés dont 50% d'hommes.

Tout salarié fait partie du personnel d'administration ou du personnel de fabrication ou du personnel de vente. 10% des salariés constituent le personnel d'administration et parmi eux on compte 20% d'hommes. 60% des salariés constituent le personnel de fabrication et parmi eux 54% sont des femmes.

1. Compléter le tableau suivant :

	Hommes	Femmes	Total
Personnel d'administration			
Personnel de fabrication			
Personnel de vente			
Total			250

2. On choisit au hasard un salarié parmi les 250. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : le salarié choisi est une femme

B : le salarié choisi fait partie du personnel de vente

3. Définir par une phrase, puis définir la probabilité des événements de : $A \cap B$, $A \cup B$, \bar{B} et $A \cap \bar{B}$

EXERCICE 4B.2 Dans une équipe de rugby, il y a un effectif de 35 joueurs sous contrat. 21 avants et 14 arrières. 15 avants pèsent plus de 100 Kg, alors que c'est le cas de seulement 3 arrières.

On appelle A l'événement « le joueur est un avant » et B l'événement « le joueur pèse plus de 100 Kg ».

a. Organiser ces données dans un tableau.

	Pas plus de 100 kg	Plus de 100 kg	Total
Avants			
Arrières			
Total			

b. Je sélectionne un joueur au hasard. Déterminer la probabilité des événements suivants :

« Le joueur est un avant »

« Le joueur pèse moins de 100 Kg »

« Le joueur est un avant de plus de 100 Kg »

c. Je sélectionne un avant au hasard, déterminer la probabilité qu'il pèse plus de 100 Kg.

d. Je sélectionne un joueur de plus de 100 Kg au hasard, déterminer la probabilité que ce soit un avant.

EXERCICE 4B.3 Une usine fabrique des pièces pour l'horlogerie.

Une pièce peut être défectueuse à cause d'au moins l'un de deux défauts appelés A et B. On considère un lot de 10 000 pièces dans lequel 2% des pièces présentent le défaut A, 8% présentent le défaut B, et 0,16% présentent simultanément les deux défauts.

1. Faire un diagramme ensembliste (les patatoïdes) pour représenter la situation, et déterminer le pourcentage de pièces qui n'ont aucun défaut.

2. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	A	\bar{A}	TOTAL
B			
\bar{B}			
TOTAL			10 000

3. On choisit au hasard une pièce dans ce lot de 10 000. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

- E_1 : « La pièce choisie présente l'un au moins des deux défauts » ;
- E_2 : « La pièce choisie présente un défaut et un seul » ;
- E_3 : « La pièce choisie ne présente aucun défaut ».

EXERCICE 4B.4

Une entreprise fabrique des chaudières de deux types :

- des chaudières dites « à cheminée ».
- des chaudières dites « à ventouse ».

L'entreprise a fabriqué en un mois 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse. Dans ce lot, 1% des chaudières à cheminée sont défectueuses et 5% des chaudières à ventouse sont défectueuses.

On prélève au hasard une chaudière dans la production de ce mois. Toutes les chaudières ont la même probabilité d'être prélevées.

On considère les événements suivants :

- A : « La chaudière est à cheminée » ;
- B : « La chaudière est à ventouse » ;
- D : « La chaudière présente un défaut ».

A l'aide d'un tableau, déterminer :

	D	\bar{D}	TOTAL
A			
B			
TOTAL			

1. P(A) et P(B).
2. Calculer $P(D \cap A)$ et $P(D \cap B)$.
3. a. La probabilité qu'une chaudière à ventouse présente un défaut.
 b. La probabilité qu'une chaudière à cheminée présente un défaut.
4. P(D) et $P(\bar{D})$.

EXERCICE 4B.5

Deux machines fabriquent des pièces en grande quantité. On suppose que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 1* soit conforme est $P_1 = 0,914$ et que la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 2* soit conforme est $P_2 = 0,879$.

La *Machine 1* fournit 60% de la production totale des ces pièces et la *Machine 2* le reste de cette production.

On prélève au hasard une pièce parmi la production totale de l'entreprise de la journée.

Toutes les pièces ont la même probabilité d'être tirées.

On définit les événements suivants :

- A : « La pièce provient de la *Machine 1* » ;
- B : « La pièce provient de la *Machine 2* » ;
- C : « La pièce est conforme ».

A l'aide d'un tableau, déterminer :

	C	\bar{C}	TOTAL
A			
B			
TOTAL			

1. P(A) et P(B).
2. $P(C \cap A)$ et $P(C \cap B)$.
3. La probabilité que la pièce soit conforme.

EXERCICE 4B.6

Dans une classe de 25 élèves, 15 s'intéressent à la musique, 8 s'intéressent à la danse et 3 s'intéressent à la musique et à la danse.

1. Dresser un tableau représentant la situation.

2. On note respectivement M et D les évènements « l'élève s'intéresse à la musique » et « l'élève s'intéresse à la danse ».

Que signifient les évènements suivants ? \bar{M} , $M \cap D$, $M \cap \bar{D}$

3. On choisit un élève au hasard. Combien vaut $p(\bar{M} \cap \bar{D})$?
4. On choisit un élève au hasard parmi ceux qui s'intéressent à la musique. Quelle est la probabilité que cet élève s'intéresse à la danse ? On note cette probabilité : $p_M(D)$

EXERCICE 4B.7

Dans un centre de vacances accueillant 120 personnes, on sait que 24 font du tennis et 15 du canoë. Six personnes pratiquent à la fois tennis et canoë. Combien de personnes ne pratiquent aucun des deux sports ?

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - MONTPELLIER

EXERCICE 1 : Par lecture de l'énoncé

Une entreprise compte 250 salariés dont 50% d'hommes → **125** hommes et **125** femmes.

10% des salariés constituent le personnel d'administration → **25** salariés

Parmi ces 25 salariés du personnel d'administration on compte 20% d'hommes → **5** hommes et **20** femmes

60% des salariés constituent le personnel de fabrication → **150** salariés

et parmi eux 54% sont des femmes → **81** femmes et **69** hommes

	Hommes	Femmes	Total
Personnel d'administration	5	20	25
Personnel de fabrication	69	81	150
Personnel de vente	51	24	75
Total	125	125	250

1. On choisit au hasard un salarié parmi les 250. → nous sommes dans une situation **d'équiprobabilité**

Soit l'évènement A : le salarié choisi est une femme → $P(A) = \frac{\text{nombre de femmes}}{\text{nombre total de salariés}} = \frac{125}{250} = \frac{1}{2}$

B : le salarié choisi fait partie du P.V. (vente) → $P(B) = \frac{\text{nombre de salariés en P.V.}}{\text{nombre total de salariés}} = \frac{75}{250} = \frac{3}{10}$

2. $A \cap B$: le salarié choisi est une femme du personnel de vente → $P(A \cap B) = \dots = \frac{24}{250} = \frac{12}{125}$

$A \cup B$: le salarié choisi est une femme ou est du personnel de vente : $P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{12}{125} = \frac{88}{125}$

\bar{B} : le salarié choisi n'appartient pas au personnel de vente → $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{7}{10}$

$A \cap \bar{B}$: le salarié choisi est une femme qui n'est pas du personnel de vente $P(A \cap \bar{B}) = \frac{20+81}{250} = \frac{101}{250}$

EXERCICE 2

Dans une équipe de rugby, il y a un effectif de 35 joueurs sous contrat. 21 avants et 14 arrières. 15 avants pèsent plus de 100 Kg, alors que c'est le cas de seulement 3 arrières.

On appelle A l'évènement « le joueur est un avant » et B l'évènement « le joueur pèse plus de 100 Kg ».

a. Organiser ces données dans un tableau.

	Pas plus de 100 kg	Plus de 100 kg	Total
Avants	6	15	21
Arrières	11	3	14
Total	17	18	35

b. Je sélectionne un joueur au hasard. Déterminer la probabilité des événements suivants :

$P(\text{« Le joueur est un avant »}) = \frac{\text{nombre d'avants}}{\text{nombre total de joueurs}} = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$

$P(\text{« Le joueur pèse moins de 100 Kg »}) = \frac{\text{nombre de joueurs pesant moins de 100 kg}}{\text{nombre total de joueurs}} = \frac{17}{35}$

$P(\text{« Le joueur est un avant de plus de 100 Kg »}) = \frac{\text{nombre d'avants de plus de 100 kg}}{\text{nombre total de joueurs}} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

c. Je sélectionne un avant au hasard, déterminer la probabilité qu'il pèse plus de 100 Kg :

$P = \frac{\text{nombre d'avants de plus de 100 kg}}{\text{nombre total d'avants}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$

d. Je sélectionne un joueur de plus de 100 Kg au hasard, déterminer la probabilité que ce soit un avant.

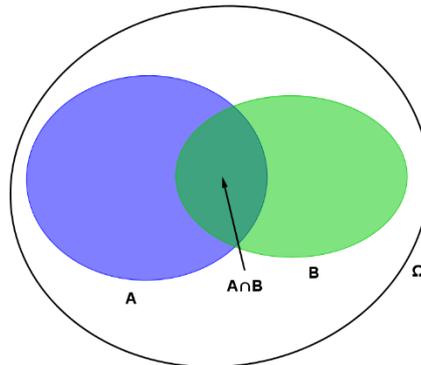
$$P = \frac{\text{nombre d'avants de plus de 100 kg}}{\text{nombre total de joueurs de plus de 100 kg}} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

EXERCICE 3

Une usine fabrique des pièces pour l'horlogerie.

Une pièce peut être défectueuse à cause d'au moins l'un de deux défauts appelés A et B. On considère un lot de 10 000 pièces dans lequel 2% des pièces présentent le défaut A, 8% présentent le défaut B, et 0,16% présentent simultanément les deux défauts.

1. Faire un diagramme ensembliste (les patatoïdes) pour représenter la situation, et déterminer le pourcentage de pièces qui n'ont aucun défaut.



Pourcentage de pièces qui n'ont aucun défaut :

$$\begin{aligned} P(\overline{A \cup B}) &= 1 - P(A \cup B) \\ &= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\ &= 1 - [0,02 + 0,08 - 0,0016] \\ &= 1 - 0,0984 \\ &= 0,9016 \end{aligned}$$

2. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	A	\overline{A}	TOTAL
B	16	784	800
\overline{B}	184	9 016	9 200
TOTAL	200	9 800	10 000

3. On choisit au hasard une pièce dans ce lot de 10 000. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies. → au hasard : équiprobabilité

• E_1 : « La pièce choisie présente l'un au moins des deux défauts » :

$$\begin{aligned} P(E_1) &= \frac{\text{nbre de pièces ayant un défaut}}{\text{nombre total de pièces}} \\ &= \frac{10\,000 - 9\,016}{10\,000} = 0,0984 \end{aligned}$$

• E_2 : « La pièce choisie présente un défaut et un seul » :

$$\begin{aligned} P(E_2) &= \frac{\text{nbre de pièces ayant un seul défaut}}{\text{nombre total de pièces}} \\ &= \frac{984 - 16}{10\,000} = 0,0968 \end{aligned}$$

• E_3 : « La pièce choisie ne présente aucun défaut » :

$$P(E_3) = \frac{\text{nbre de pièces n'ayant aucun défaut}}{\text{nombre total de pièces}}$$

$$= \frac{9\,016}{10\,000} = 0,9016$$

ou

$$P(E_3) = 1 - P(E_1)$$

$$= 1 - 0,0984 = 0,9016$$

EXERCICE 4

Une entreprise fabrique des chaudières de deux types :

- des chaudières dites « à cheminée ».
- des chaudières dites « à ventouse ».

L'entreprise a fabriqué en un mois 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse. Dans ce lot, 1% des chaudières à cheminée sont défectueuses et 5% des chaudières à ventouse sont défectueuses.

On prélève au hasard une chaudière dans la production de ce mois. Toutes les chaudières ont la même probabilité d'être prélevées.

On considère les événements suivants :

- A : « La chaudière est à cheminée » ;
- B : « La chaudière est à ventouse » ;
- D : « La chaudière présente un défaut ».

A l'aide d'un tableau, déterminer :

	D	\bar{D}	TOTAL
A	9	891	900
B	30	570	600
TOTAL	39	1 461	1 500

1. P(A) et P(B).

$$P(A) = \frac{\text{nbre de chaudières à cheminée}}{\text{nombre total de chaudières}} = \frac{900}{1\,500} = 0,6$$

$$P(B) = \frac{\text{nbre de chaudières à ventouse}}{\text{nombre total de chaudières}} = \frac{600}{1\,500} = 0,4$$

2. Calculer $P(D \cap A)$ et $P(D \cap B)$.

$$P(D \cap A) = \frac{\text{nb de chaudières à cheminée ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières}}$$

$$= \frac{9}{1\,500} = 0,006$$

$$P(D \cap B) = \frac{\text{nb de chaudières à ventouse ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières}}$$

$$= \frac{30}{1\,500} = 0,02$$

3. a. La probabilité qu'une chaudière à ventouse présente un défaut.

$$P = \frac{\text{nb de chaudières à ventouse ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières à ventouse}}$$

$$= \frac{30}{600} = 0,05$$

b. La probabilité qu'une chaudière à cheminée présente un défaut.

$$P = \frac{\text{nb de chaudières à cheminée ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières à cheminée}}$$

$$= \frac{9}{900} = 0,01$$

4. $P(D)$ et $P(\bar{D})$.

$$P(D) = \frac{\text{nb de chaudières ayant un défaut}}{\text{nombre total de chaudières}}$$

$$= \frac{39}{1500} = 0,026$$

$$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,026 = 0,974$$

EXERCICE 5

Deux machines fabriquent des pièces en grande quantité. On suppose que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 1* soit conforme est $P_1 = 0,914$ et que la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée de la *Machine 2* soit conforme est $P_2 = 0,879$. La *Machine 1* fournit 60% de la production totale des ces pièces et la *Machine 2* le reste de cette production. On prélève au hasard une pièce parmi la production totale de l'entreprise de la journée.

Toutes les pièces ont la même probabilité d'être tirées.

On définit les événements suivants :

- A : « La pièce provient de la *Machine 1* » ;
- B : « La pièce provient de la *Machine 2* » ;
- C : « La pièce est conforme ».

A l'aide d'un tableau, déterminer :

	C	\bar{C}	TOTAL
A	0,914	0,086	60%
B	0,879	0,121	40%
TOTAL			100%

1. $P(A)$ et $P(B)$.

$$P(A) = 0,6 \text{ et } P(B) = 0,4$$

2. $P(C \cap A)$ et $P(C \cap B)$.

$$P(C \cap A) = \% \text{ de pièces conformes venant de la machine 1}$$

$$= 0,914 \times \frac{60}{100} = 0,5484$$

$$P(C \cap B) = \% \text{ de pièces conformes venant de la machine 2}$$

$$= 0,879 \times \frac{40}{100} = 0,3516$$

3. La probabilité que la pièce soit conforme.

Les événements A et B sont disjoints, donc :

$$P(C) = P(C \cap A) + P(C \cap B)$$

$$= 0,5484 + 0,3516$$

$$= 0,9$$

EXERCICE 6

Dans une classe de 25 élèves, 15 s'intéressent à la musique, 8 s'intéressent à la danse et 3 s'intéressent à la musique et à la danse.

1. Dresser un tableau représentant la situation.
2. On note respectivement M et D les évènements « l'élève s'intéresse à la musique » et « l'élève s'intéresse à la danse ».

Que signifient les évènements suivants ? \bar{M} , $M \cap D$, $M \cap \bar{D}$

3. On choisit un élève au hasard. Combien vaut $p(\bar{M} \cap \bar{D})$?

	S'intéresse à la musique	Ne s'intéresse pas à la musique	Ensemble
S'intéresse à la danse	3	5	8
Ne s'intéresse pas à la danse	12	5	17
Ensemble	15	10	25

- 2) \bar{M} est l'évènement : « l'élève ne s'intéresse pas à la musique »
 $M \cap D$ est l'évènement : « l'élève s'intéresse à la musique et à la danse »
 $M \cap \bar{D}$ est l'évènement : « l'élève s'intéresse à la musique mais pas à la danse »

- 3) On choisit un élève au hasard. Situation **d'équiprobabilité**.

$$p(\bar{M} \cap \bar{D}) = \frac{\text{nb d'élèves qui ne s'intéressent ni à la musique ni à la danse}}{\text{nb total d'élèves}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

- 4) On choisit un élève au hasard parmi ceux qui s'intéressent à la musique. Quelle est la probabilité que cet élève s'intéresse à la danse ? On note cette probabilité : $p_M(D)$.

$$p_M(D) = \frac{\text{nb d'élèves qui s'intéressent à la musique et à la danse}}{\text{nb d'élèves qui s'intéressent à la musique}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

EXERCICE 7

Dans un centre de vacances accueillant 120 personnes, on sait que 24 font du tennis et 15 du canoë. Six personnes pratiquent à la fois tennis et canoë. Combien de personnes ne pratiquent aucun des deux sports ?

	Joue au tennis	Ne joue pas au tennis	Ensemble
Font du canoë	6	9	15
Ne font pas du canoë	18	87	105
Ensemble	24	96	120

→ 87 personnes ne pratiquent aucun des deux sports.