EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.

On considère le nombre : $B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$

Écrire B sous la forme d'un nombre entier.

EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.

Calculer : $A = \sqrt{1\,053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{13}$ où a est un nombre entier.

EXERCICE 3 - CAEN 2000.

Écrire le nombre $\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers.

EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.

On donne l'expression algébrique :

$$D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$$

1. Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée puis réduite : $D = 14x^2 - 9x - 18$
2. Calculer les valeurs de D pour $x = \frac{3}{2}$ puis pour $x = \sqrt{2}$. Écrire le second résultat sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec a et b entiers.

EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.

Soit le nombre : $C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

a. Mettre C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

b. Montrer, en indiquant les étapes du calcul, que C^2 est un nombre entier.

EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.

Soit le nombre :

$$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)$$

Écrire le nombre C sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs.

EXERCICE 7 - NANTES 2000.

On considère le nombre A suivant :

$$A = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$$

Démontrer que A = 0

Exercice 8 - Orléans Tours 2000.

I. On donne l'expression suivante :

$$K(x) = (5x - 3)^2 + 6(5x - 3)$$

1. Développer et réduire $K(x)$.

2. Calculer $K(\sqrt{2})$.

II. On pose : $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

Écrire le nombre N sous la forme $p\sqrt{q}$, avec p entier relatif et q entier le plus petit possible.

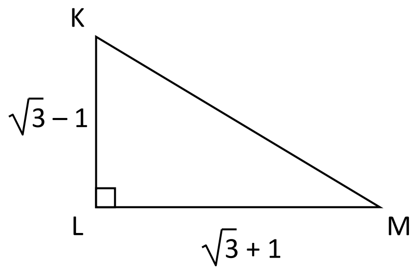
EXERCICE 9 - PARIS 2000.

1. $D = \sqrt{3} - 1$ et $E = \sqrt{3} + 1$

a. Développer D^2 et E^2 et donner les résultats sous la forme $a = \sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

b. Démontrer que $D \times E$ est un nombre entier.

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Calculer la valeur exacte de la longueur KM.

b. Calculer l'aire du triangle KLM.

EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.

Soit le nombre :

$$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$$

Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs, b le plus petit possible.

EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.

Soit le nombre :

$$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$$

Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et où b est un entier naturel le plus petit possible.

EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.

Soit le nombre :

$$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

Écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b le plus petit possible.

EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.

1. Calculer : $B = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$

2. Calculer : $C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$

On donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier positif le plus petit possible.

NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

CORRIGE

EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.

$B=\left(5\sqrt{2}-7\right)\left(5\sqrt{2}+7\right)$

$B=\left(5\sqrt{2}\right)^2-7^2$

$B=25\times2-49$

$B=1$

EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.

$A=\sqrt{1053}-3\sqrt{325}+2\sqrt{52}$

$=\sqrt{81\times13}-3\sqrt{25\times13}+2\times\sqrt{4}\times\sqrt{13}$

$=\sqrt{81}\times\sqrt{13}-3\sqrt{25}\times\sqrt{13}+2\times\sqrt{4}\times\sqrt{13}$

$=9\sqrt{13}-15\sqrt{13}+4\sqrt{13}$

$=\left(9-15+4\right)\sqrt{13}$

$=-2\sqrt{13}$

EXERCICE 3 - CAEN 2000.

$C=\sqrt{180}+3\sqrt{80}-2\sqrt{125}$

$=\sqrt{36}\times\sqrt{5}+3\sqrt{16}\times\sqrt{5}-2\sqrt{25}\times\sqrt{5}$

$=6\sqrt{5}+3\times4\sqrt{5}-2\times5\sqrt{5}$

$=6\sqrt{5}+12\sqrt{5}-10\sqrt{5}$

$=8\sqrt{5}$

EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.

1. $D=(3x+1)(6x-9)-(2x-3)^2$

$D=18x^2-27x+6x-9-\left(4x^2-12x+9\right)$

$D=18x^2-21x-9-4x^2+12x-9$

$D=14x^2-9x-18$

2. Pour $x=\frac{3}{2}$: $D=14\times\left(\frac{3}{2}\right)^2-9\times\frac{3}{2}-18$

$D=14\times\frac{9}{4}-\frac{27}{2}-18$

$D=\frac{63}{2}-\frac{27}{2}-\frac{36}{2}$

$D=0$

Pour $x=\sqrt{2}$: $D=14\times\left(\sqrt{2}\right)^2-9\times\sqrt{2}-18$

$D=14\times2-9\sqrt{2}-18$

$D=10-9\sqrt{2}$

EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.

a. $C=\sqrt{27}-3\sqrt{75}$

$C=\sqrt{9\times3}-3\sqrt{25\times3}$

$C=\sqrt{3^2\times3}-3\sqrt{5^2\times3}$

$C=3\sqrt{3}-3\times5\sqrt{3}$

$C=\left(3-15\right)\sqrt{3}$

$C=-12\sqrt{3}$

b. $C^2=\left(-12\sqrt{3}\right)^2=12\sqrt{3}\times12\sqrt{3}=144\times3=432$

EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.

$C=3\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)+\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}-2\right)$

$C=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}-\sqrt{2}+2$

$C=3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}+2$

$C=4+3\sqrt{6}$

EXERCICE 7 - NANTES 2000.

$A=\sqrt{20}-12\sqrt{5}+2\sqrt{125}$

$=\sqrt{4}\times\sqrt{5}-12\sqrt{5}+2\sqrt{25}\times\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}-12\sqrt{5}+10\sqrt{5}$

$=\left(2-12+10\right)\sqrt{5}$

$=0\sqrt{5}$

$=0$

Exercice 8 - Orléans Tours 2000.

I.

1. $K(x)=(5x-3)^2+6(5x-3)$

$K\left(x\right)=25x^2-30x+9+30x-18$

$K\left(x\right)=25x^2-9$

2. $K\left(\sqrt{2}\right)=25\times\left(\sqrt{2}\right)^2-9=25\times2-9=41$

II. $N=\sqrt{20}-\sqrt{45}-7\sqrt{5}$

$N=\sqrt{4\times5}-\sqrt{9\times5}-7\sqrt{5}$

$N=\sqrt{2^2\times5}-\sqrt{3^2\times5}-7\sqrt{5}$

$N=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}-7\sqrt{5}$

$N=\left(2-3-7\right)\sqrt{5}$

$N=-8\sqrt{5}$

EXERCICE 9 - PARIS 2000.

1. $D=\sqrt{3}-1$ et $E=\sqrt{3}+1$

a. $D^2 = \left(\sqrt{3}-1\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{3} + 1^2$

$= 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$

$E^2 = \left(\sqrt{3}+1\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\sqrt{3} + 1^2$

$= 3 + 2\sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3}$

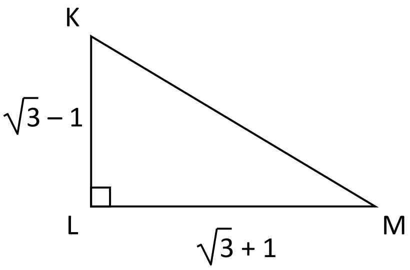
b. $D \times E = \left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)$

$D \times E = 4^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2$

$D \times E = 16 - 4 \times 3$

$D \times E = 4$

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Le triangle KLM est rectangle en L.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$KM^2 = KL^2 + LM^2$

$KM^2 = \left(\sqrt{3}-1\right)^2 + \left(\sqrt{3}+1\right)^2$

$KM^2 = 4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3}$

$KM^2 = 8$

$KM = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$

b. Aire du triangle KLM :

$$\frac{KL \times LM}{2} = \frac{\left(4-2\sqrt{3}\right)\left(4+2\sqrt{3}\right)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.

$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$

$A = \sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{100 \times 5}$

$A = \sqrt{3^2 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{10^2 \times 5}$

$A = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$A = (3 - 2 + 10)\sqrt{5}$

$A = 11\sqrt{5}$

EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.

$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

$= \sqrt{4} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{16} \times \sqrt{3} - \sqrt{25} \times \sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

$= (2 + 8 - 5)\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3}$

EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.

$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$

$B = 5\sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3}$

$B = 5\sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{2^2 \times 3}$

$B = 5 \times 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$B = (15 - 3 + 2)\sqrt{3}$

$B = 14\sqrt{3}$

EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.

1. $B = \left(5-\sqrt{3}\right)\left(5+\sqrt{3}\right)$

$B = 5^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2$

$B = 25 - 3$

$B = 22$

$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$

$= 4\sqrt{5} - 3\sqrt{9} \times \sqrt{5} + \sqrt{100} \times \sqrt{5}$

2. $= 4\sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$= (4 - 9 + 10)\sqrt{5}$

$= 5\sqrt{5}$