

Fonctions affines par morceaux

Définition : Une fonction est dite affine par morceaux si elle est définie sur une réunion d'intervalles sur chacun desquels elle coïncide avec une fonction affine.

Remarque : La courbe représentative d'une fonction affine par morceaux est donc composée de segments et éventuellement de demi-droites.

Exemple : $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{pour } x \leq 2 \\ -2x + 5 & \text{pour } 2 < x \leq 3 \\ x - 3 & \text{pour } x > 3 \end{cases}$

• pour $x \leq 2$:

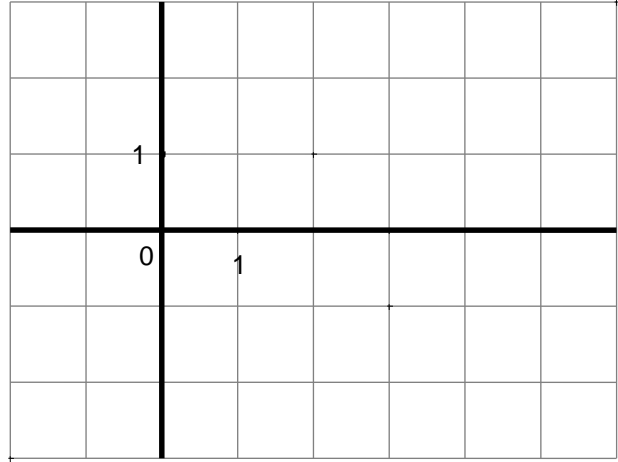
x	-3	2
y		

• pour $2 < x \leq 3$:

x	2,5	3
y		

• pour $x > 3$:

x		
y		



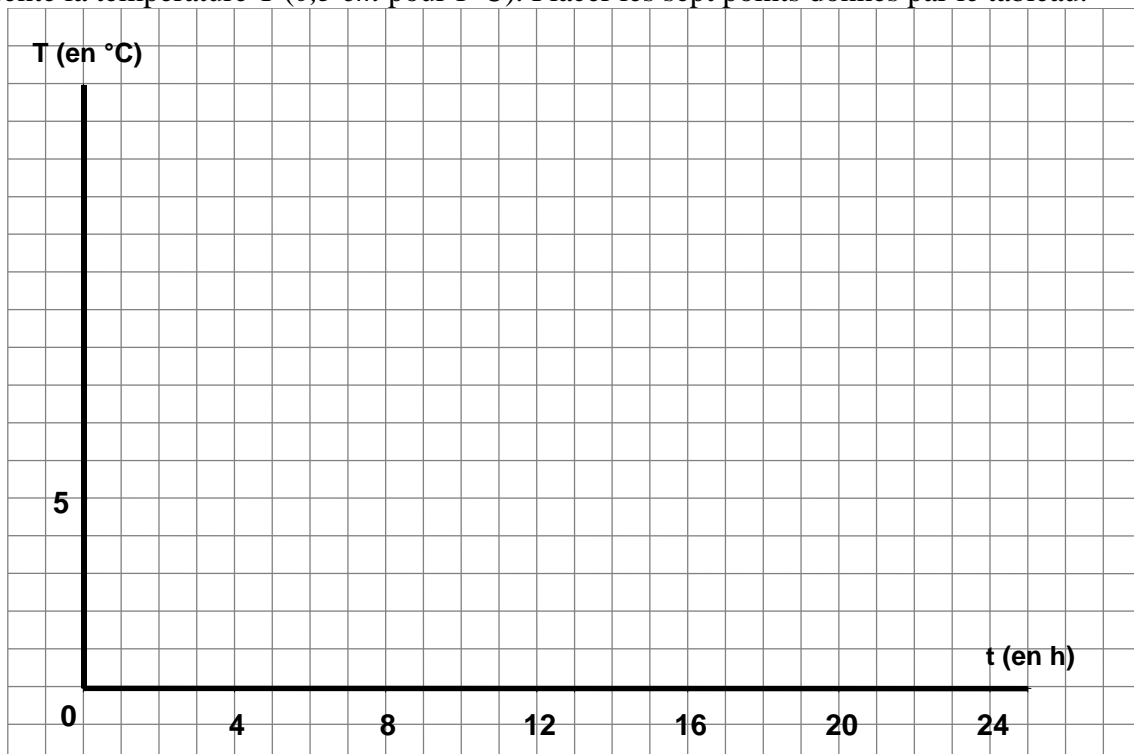
Interpolation linéaire

Principe : Supposons connaître la valeur d'une fonction pour deux valeurs a et b . On estime alors la valeur de la fonction pour les valeurs x dans $[a;b]$ en supposant la fonction affine sur $[a;b]$.

Exemple : Le tableau suivant indique les températures relevées toutes les 4 heures dans une ville au cours d'une journée :

Heure t	0 h	4 h	8 h	12 h	16 h	20 h	24 h
Température T	5°C	3°C	8°C	10°C	15°C	9°C	6°C

a) Dans un repère du plan, l'axe des abscisses représente le temps (0,5 cm pour 1 h) et l'axe des ordonnées représente la température T (0,5 cm pour 1°C). Placer les sept points donnés par le tableau.



CORRIGE – Notre Dame de la Merci - Montpellier

Définition : Une fonction est dite affine par morceaux si elle est définie sur une réunion d'intervalles sur lesquels elle coïncide avec une fonction affine.

Remarque : La courbe représentative d'une fonction affine par morceaux est donc composée de segments et de demi-droites.

exemple : $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{pour } x \leq 2 \\ -2x+5 & \text{pour } 2 < x \leq 3 \\ x-3 & \text{pour } x > 3 \end{cases}$

pour $x \leq 2$:

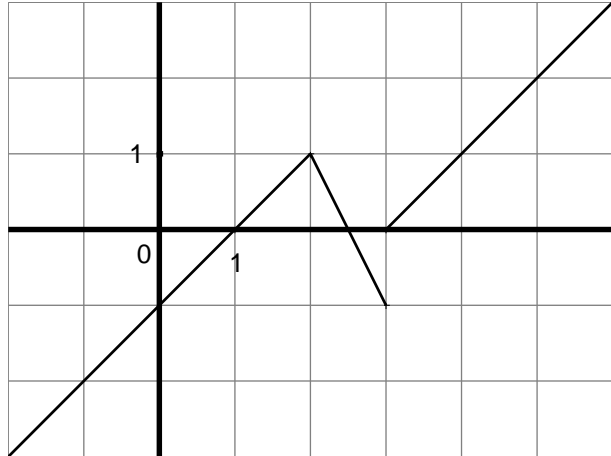
x	-3	2
y	-2	1

pour $2 < x \leq 3$:

x	2,5	3
y	0	-1

pour $x > 3$:

x	4	6
y	1	3



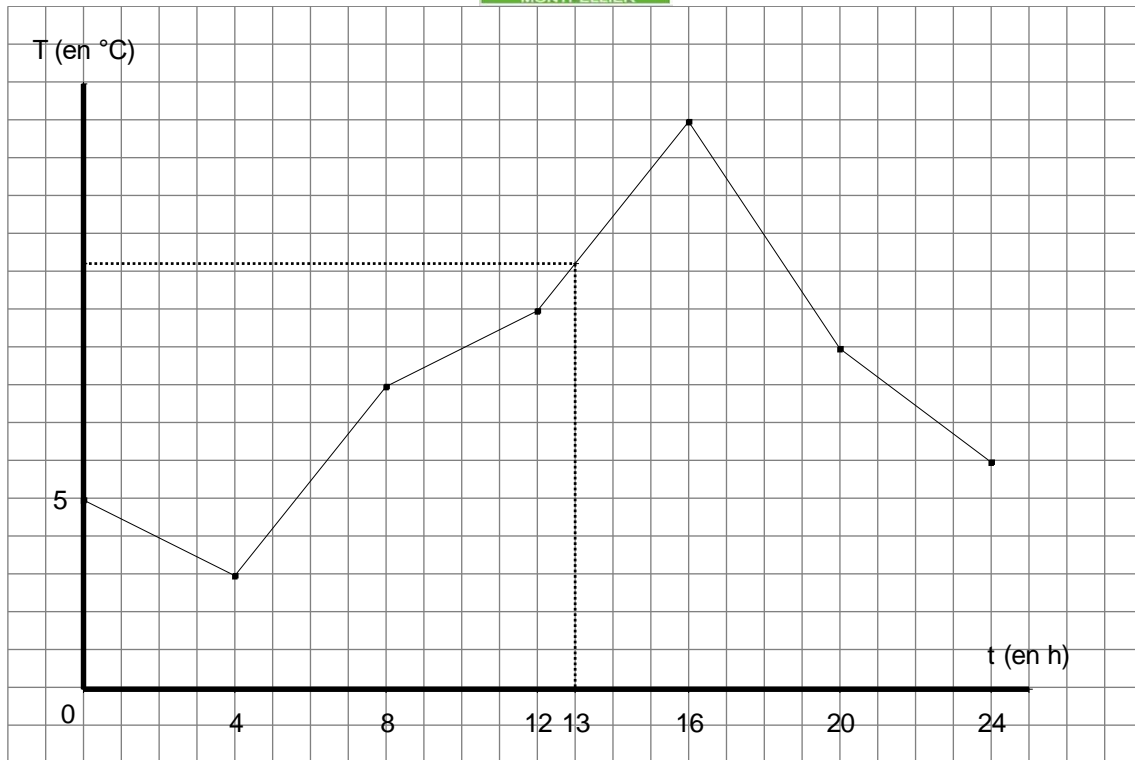
Interpolation linéaire

Principe : On suppose qu'on connaît la valeur d'une fonction pour 2 valeurs de x . On estime alors la valeur de la fonction pour les valeurs intermédiaires en supposant que la fonction est affine.

Exemple : Le tableau suivant indique les températures relevées toutes les 4 heures dans une ville au cours d'une journée :

heure t	0h	4h	8h	12h	16h	20h	24h
température T	5°	3°	8°	10°	15°	9°	6°

- a)** Dans un repère du plan, l'axe des abscisses représente le temps (0,5 cm pour 1h) et l'axe des ordonnées représente la température T (0,5 cm pour 1°).
Placer les sept points donnés par le tableau.



- b)** Le tableau ne nous donne pas les températures en dehors des valeurs mesurées. Pour estimer ces valeurs, on fait une **interpolation linéaire** :
- relier les points par des segments de droites ;
 - à l'aide du graphique, donner une estimation de la température à 13 h. : 11,3°

- c)** On va retrouver cette valeur par le calcul :

méthode 1 : on calcule une équation de la droite qui relie les points d'abscisses 12 et 16 :
L'équation est de la forme $y = ax + b$.

$$a = \frac{15 - 10}{16 - 12} = \frac{5}{4}$$

La droite passe par le point de coordonnées (12 ; 10) : $10 = \frac{5}{4} \times 12 + b$ d'où $b = -5$

Donc l'équation de la droite est : $y = \frac{5}{4}x - 5$

Pour $x = 13$: $y = \frac{5}{4} \times 13 - 5 = 11,25$ donc la température à 13 h est environ 11,25 °C.

méthode 2 : Le taux d'accroissement entre 12h et 16h est le même qu'entre 12h et 13h :

$$\frac{15 - 10}{16 - 12} = \frac{T - 10}{13 - 12}$$

$$\frac{T - 10}{1} = \frac{5}{4}$$

$$T = \frac{5}{4} + 10 = 11,25$$