Contrôle de Mathématiques - Sujet B - CORRIGE

Question de cours : / 1 pts

Qu'est-ce qu'un nombre réel ? Les réels sont constitués des nombres rationnels et des nombres irrationnels.

Tous les nombres rationnels sont-ils réels ? Par définition, tous les nombres sont des réels, y compris les rationnels.

Citez différents exemples de nombres réels non rationnels : $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ et π.

Exercice 1 : / 8 pts

$$A=\frac{5}{3}-\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=\frac{5\times4}{3\times4}-\frac{3\times3}{4\times3}+\frac{1}{12}=\frac{20}{12}-\frac{9}{12}+\frac{1}{12}=\frac{20-9+1}{12}=\frac{12}{12}=1 \qquad A\in\mathbb{N}$$

$$B=\frac{21}{10}\times\frac{25}{12}\times\frac{14}{15}=\frac{21\times25\times14}{10\times12\times15}=\frac{7\times\boxed{3}\times\boxed{5}\times\boxed{5}\times7\times\boxed{2}}{\boxed{5}\times\boxed{2}\times4\times3\times\boxed{3}\times\boxed{5}}=\frac{7\times7}{4\times3}=\frac{49}{12} \qquad B\in\mathbb{Q}$$

$$C=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}+\sqrt{9}}=\frac{7}{8+3}=\frac{7}{11} \qquad C\in\mathbb{Q}$$

$$D=\frac{3-4\times5}{2-\frac{2}{5}}=\frac{3-20}{\frac{2\times5}{1\times5}-\frac{2}{5}}=\frac{-17}{\frac{10}{5}-\frac{2}{5}}=\frac{-17}{\frac{8}{5}}=-17\times\frac{5}{8}=-\frac{17}{1}\times\frac{5}{8}=-\frac{85}{8} \qquad D\in\mathbb{Q}$$

$$E=\frac{2}{7}\times\frac{\frac{5}{4}-\frac{7}{3}}{\frac{5}{3}\times\frac{2}{8}}=\frac{2}{7}\times\frac{\frac{5\times3}{4\times3}-\frac{7\times4}{3\times4}}{\frac{5\times2}{3\times8}}=\frac{2}{7}\times\frac{\frac{15}{12}-\frac{28}{12}}{\frac{5\times\boxed{2}}{3\times4\times\boxed{2}}}=\frac{2}{7}\times\frac{-\frac{13}{12}}{\frac{5}{12}}=\frac{2}{7}\times\left(-\frac{13}{12}\right)\times\frac{12}{5}=-\frac{2\times13\times\boxed{12}}{7\times\boxed{12}\times5}=-\frac{26}{35} \qquad E\in\mathbb{Q}$$

$$F=3\sqrt{20}-4\sqrt{45}+6\sqrt{500}=3\times\sqrt{4}\times\sqrt{5}-4\times\sqrt{9}\times\sqrt{5}+6\times\sqrt{100}\times\sqrt{5}=3\times2\times\sqrt{5}-4\times3\times\sqrt{5}+6\times10\times\sqrt{5}$$
$$=6\sqrt{5}-12\sqrt{5}+60\sqrt{5}=(6-12+60)\sqrt{5}=54\sqrt{5} \qquad F\in\mathbb{R}$$

Exercice 2 : / 4 pts

$$A=\frac{10^4\times10^6}{\left(10^6\right)^2\times10^{-11}}=\frac{10^{4+6}}{10^{6\times2}\times10^{-11}}=\frac{10^{10}}{10^{12}\times10^{-11}}=\frac{10^{10}}{10^{12-11}}=\frac{10^{10}}{10^1}=10^{10-1}=10^9$$

$$B=\frac{6^{-1}\times6^{-7}}{\left(6^{-4}\right)^{-2}\times6^{-3}}=\frac{6^{-1+(-7)}}{6^{-4\times(-2)}\times6^{-3}}=\frac{6^{-8}}{6^8\times6^{-3}}=\frac{6^{-8}}{6^{8+(-3)}}=\frac{6^{-8}}{6^5}=6^{-8-5}=6^{-13}$$

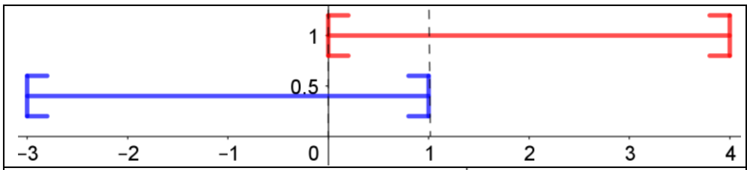
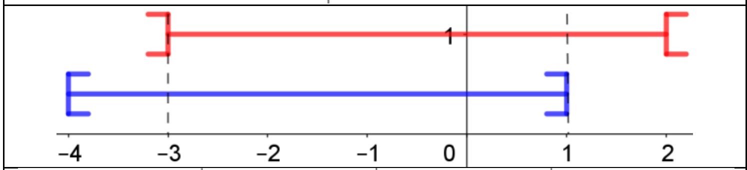
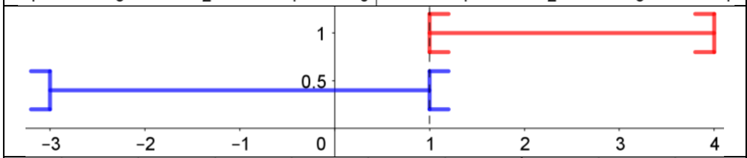
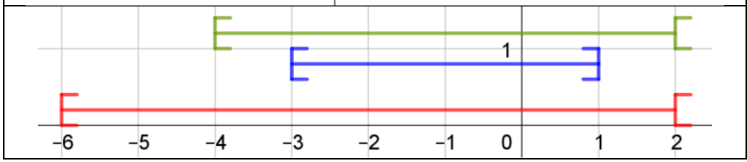
$$C=\frac{15\times10^{-4}\times30\times10^2}{50\times10^{-6}}=\frac{15\times30}{50}\times\frac{10^{-4}\times10^2}{10^{-6}}=\frac{3\times\boxed{5}\times3\times\boxed{10}}{\boxed{5}\times\boxed{10}}\times\frac{10^{-4+2}}{10^{-6}}=9\times\frac{10^{-2}}{10^{-6}}=9\times10^{-2-(-6)}$$
$$=9\times10^{-2+6}=9\times10^4$$

Exercice 3 : / 2 pts

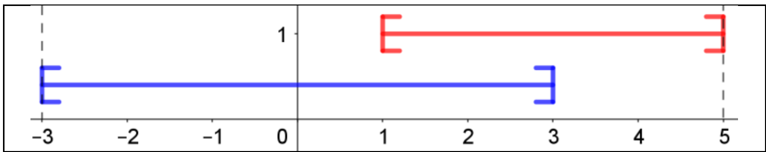
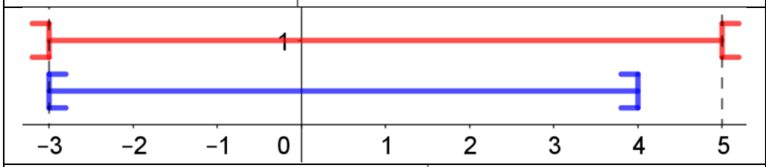
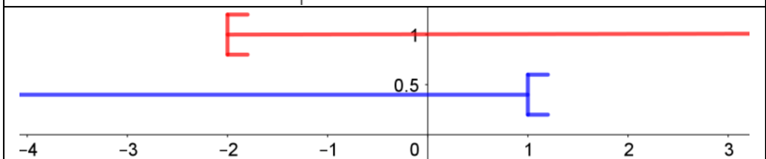
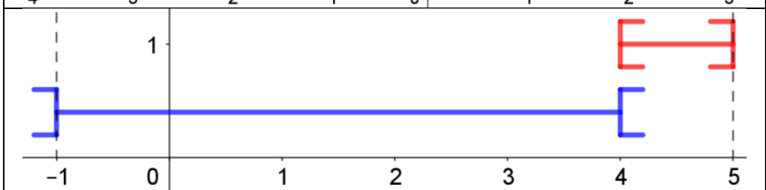
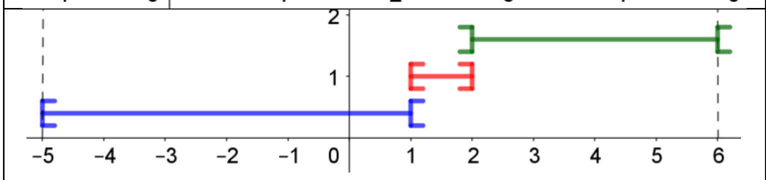
$$A=2\times80000\times10^{-4}=2\times8\times10^4\times10^{-4}=16\times10^{4-4}=16\times10^0=16=1,6\times10$$

$$B=3\times0,000004\times10^7=3\times4\times10^{-6}\times10^7=12\times10^{-6+7}=12\times10^1=1,2\times10\times10=1,2\times10^2$$

Exercice 4 **:** 2,5 pts

	$[-3;1]\cap[0;4]=[0;1]$	$\Leftrightarrow 0\leq x\leq 1$
	$[-4;1]\cap]-3;2[=]-3;1]$	$\Leftrightarrow -3<x\leq 1$
	$]-\infty;2]\cap]-2;+\infty[=]-2;2]$	$\Leftrightarrow -2<x\leq 2$
	$]-3;1[\cap[1;4]=\varnothing$	$\Leftrightarrow \quad x\in\varnothing$
	$[-6;3]\cap[-3;2]\cap[-4;3[=[-6;3]$	$\Leftrightarrow -6\leq x\leq 3$

Exercice 5 **:** 2,5 pts

	$[-3;3]\cup[1;5]=[-3;5]$	$\Leftrightarrow -3\leq x\leq 5$
	$[-3;4]\cup]-3;5[=[-3;5[$	$\Leftrightarrow -3\leq x<5$
	$]-\infty;1]\cup]-2;+\infty[=\mathbb{R}$	$x\in\mathbb{R}$
	$]-1;4[\cup[4;5]=]-1;5]$	$\Leftrightarrow -1<x\leq 5$
	$[-5;1[\cup[1;2]\cup]2;6[=[-5;6[$	$\Leftrightarrow -5\leq x<6$