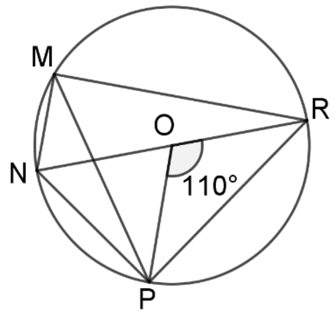
Problèmes sur les angles inscrits

Exercice 6C.1 :

Le cercle ci-contre a pour centre O.

$[NR]$ est un diamètre et $\widehat{POR} = 110°$.



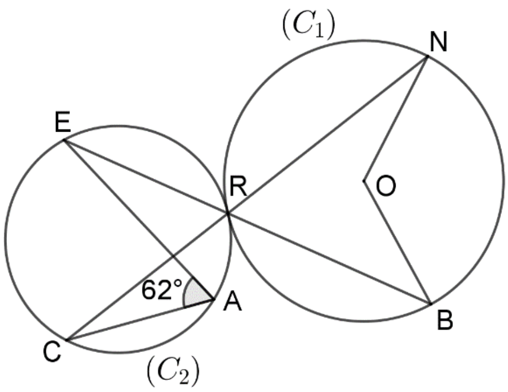
1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$.
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{RMN}$?
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{NMP}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$.

Exercice 6C.2 :

Sur la figure ci-contre, les droites (BE) et (CN) se coupent en R, point d'intersection des cercles (C_1) et (C_2).

Le point O est le centre du cercle (C_1).

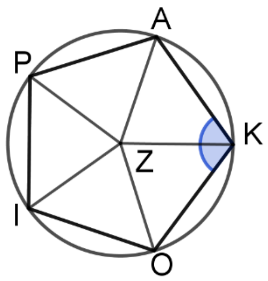
On donne $\widehat{CAE} = 62°$.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CRE}$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BRN}$.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BON}$.

Exercice 6C.3 :

OKAPI est un pentagone régulier de centre Z.

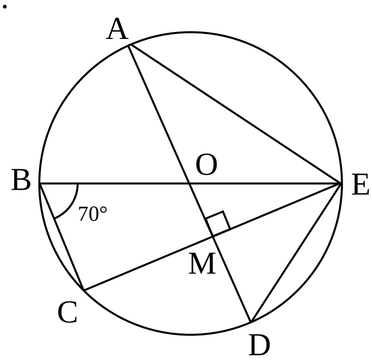


1. Déterminer la mesure de chaque angle au centre.
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{OKA}$?
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OIA}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OPK}$.

Exercice 6C.4 :

O est le centre du cercle.

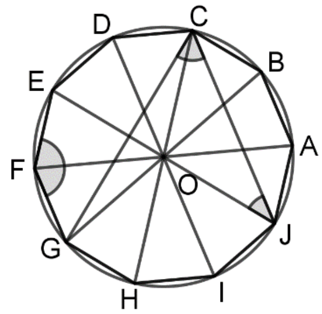
Le but de l'exercice est de déterminer la mesure d'un certain nombre d'angles. Dans tous les cas, il faudra justifier la réponse. On pourra indiquer les mesures des angles sur la figure.



1. **a.** Quelle est la nature du triangle BCE ?
   b. En déduire l'angle $\widehat{BEC}$.
2. **a.** Que peut-on dire des droites (BC) et (AD) ?
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DOE}$.
   c. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.
3. **a.** Quelle est la nature du triangle AEO ?
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AEO}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OED}$.

Exercice 6C.5 :

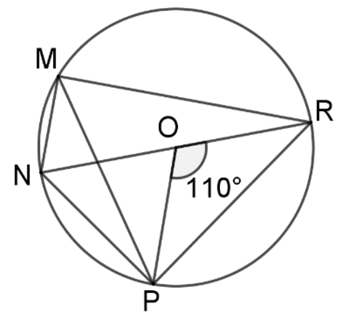
ABCDEFGHIJ est un décagone régulier de centre O.



1. Déterminer la mesure de chaque angle au centre.
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$?
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GCJ}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CJE}$.

CORRIGE – Notre Dame de la Merci – Montpellier

Exercice 6C.1 :



Le cercle ci-contre a pour centre O. $[NR]$ est un diamètre et $\widehat{POR} = 110°$.

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{PMR}$.

   L'angle inscrit $\widehat{PMR}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{POR}$ construit sur le même arc : $\widehat{PMR} = \frac{1}{2}\widehat{POR} = \frac{1}{2}\times 100 = 55°$.

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{RMN}$?

   L'angle inscrit $\widehat{RMN}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{RON}$ construit sur le même arc :

   $$\widehat{RMN} = \frac{1}{2}\widehat{RON} = \frac{1}{2}\times 180 = 90°.$$

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{NMP}$.

   L'angle inscrit $\widehat{NMP}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{NOP}$ construit sur le même arc.

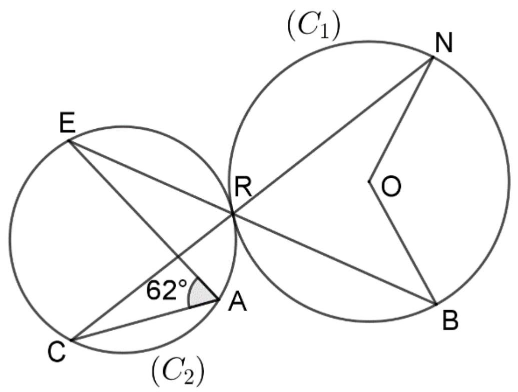
   Propriété des angles supplémentaires : $\widehat{NOP} = 180 - \widehat{POR} = 180 - 110 = 70°$.

   Donc $\widehat{NMP} = \frac{1}{2}\widehat{NOP} = \frac{1}{2}\times 70 = 35°$.

4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{NRP}$.

   Les angles $\widehat{NMP}$ et $\widehat{NRP}$ sont inscrits sur le même arc de cercle : ils sont égaux : $\widehat{NRP} = \widehat{NMP} = 35°$.

Exercice 6C.2 :



Sur la figure ci-contre, les droites (BE) et (CN) se coupent en R, point d'intersection des cercles (C_1) et (C_2).

Le point O est le centre du cercle (C_1).

On donne $\widehat{CAE} = 62°$.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CRE}$.

   Les angles $\widehat{CRE}$ et $\widehat{CAE}$ sont inscrits sur le même arc de cercle : ils sont égaux : $\widehat{CRE} = \widehat{CAE} = 62°$.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BRN}$.

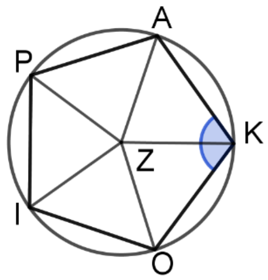
   Les angles $\widehat{BRN}$ et $\widehat{CRE}$ sont opposés par le sommet : ils sont égaux : $\widehat{BRN} = \widehat{CRE} = 62°$.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BON}$.

   L'angle au centre $\widehat{BON}$ vaut le double de l'angle inscrit $\widehat{BRN}$ construit sur le même arc :

   $$\widehat{BON} = 2\times\widehat{BRN} = 2\times 62 = 124°.$$

Exercice 6C.3 :



OKAPI est un pentagone régulier de centre Z.

1. Déterminer la mesure de chaque angle au centre.

   Le polygone OKAPI est régulier donc chaque angle au centre est égal à :

   $$\frac{360}{5} = 72°$$

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{OKA}$?

   L'angle inscrit $\widehat{OKA}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{OZA}$ construit sur le même arc :

   $$\widehat{OKA} = \frac{1}{2}\widehat{OZA} = \frac{1}{2}\times(\widehat{OZI} + \widehat{IZR} + \widehat{RZA}) = \frac{1}{2}\times 3\times 72 = 108°.$$

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OIA}$.

L'angle inscrit $\widehat{OIA}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{OZA}$ construit sur le même arc :

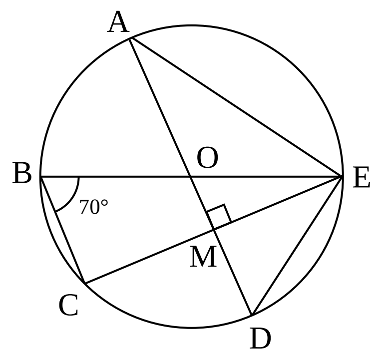
$$\widehat{OIA} = \frac{1}{2}\widehat{OZA} = \frac{2\times 72}{2} = 72°.$$

4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OPK}$.

L'angle inscrit $\widehat{OPK}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{OZK}$ construit sur le même arc :

$$\widehat{OPK} = \frac{1}{2}\widehat{OZK} = \frac{72}{2} = 36°.$$

Exercice 6C.4 :



O est le centre du cercle.

Le but de l'exercice est de déterminer la mesure d'un certain nombre d'angles. Dans tous les cas, il faudra justifier la réponse. On pourra indiquer les mesures des angles sur la figure.

1. a. Quelle est la nature du triangle BCE ?

Les points B, C et E sont inscrits sur un cercle de diamètre $[BE]$, d'après la réciproque du théorème du cercle circonscrit, le triangle BCE est rectangle en C.

b. En déduire l'angle $\widehat{BEC}$.

La somme des angles du triangle BCE vaut 180° donc :

$$\widehat{BEC} = 180 - \widehat{BCE} - \widehat{CBE} = 180 - 90 - 70 = 20°$$

2. a. Que peut-on dire des droites (BC) et (AD) ?

Les droites (BC) et (AD) sont perpendiculaires à la droite (CE) donc elles sont parallèles entre elles.

b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DOE}$.

Sachant que $(BC)//(AD)$, les angles $\widehat{CBE}$ et $\widehat{DOE}$ sont correspondants et égaux :

$$\widehat{DOE} = \widehat{CBE} = 70°$$

c. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AOE}$.

Propriété des angles supplémentaires : $\widehat{AOE} = 180 - \widehat{DOE} = 180 - 70 = 110°$.

3. a. Quelle est la nature du triangle AEO ?

$[OA]$ et $[OE]$ sont deux rayons du cercle et sont de même longueur

Le triangle AEO est isocèle en O et $\widehat{AEO} = \widehat{EAO}$.

b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AEO}$.

La somme des angles du triangle AEO vaut 180° donc :

$$2\times\widehat{AEO} = 180 - \widehat{AOE} = 180 - 110 = 70 \quad \text{ainsi : } \widehat{AEO} = \frac{70}{2} = 35°.$$

4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OED}$.

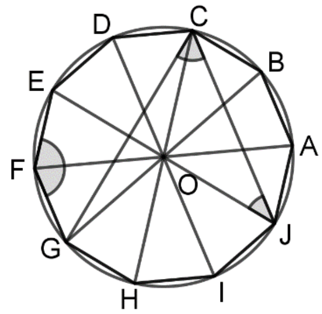
Les angles $\widehat{OED}$ et $\widehat{BED}$ sont égaux.

L'angle inscrit $\widehat{BED}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{BOD}$ construit sur le même arc.

Propriété des angles supplémentaires : $\widehat{BED} = 180 - \widehat{DOE} = 180 - 70 = 110°$.

Ainsi : $\widehat{OED} = \widehat{BED} = \frac{1}{2}\widehat{BOD} = \frac{110}{2} = 55°$.

Exercice 6C.5 :



ABCDEFGHIJ est un décagone régulier de centre O.

1. Déterminer la mesure de chaque angle au centre.
   Angle au centre d'un polygone régulier à 10 faces :
   $$\frac{360}{10} = 36°$$
2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$?
   L'angle inscrit $\widehat{EFG}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{EOG}$ construit sur le même grand arc $\overset{\frown}{EG}$:
   $$\widehat{EFG} = \frac{1}{2}\widehat{EOG} = \frac{8 \times 36}{2} = 144°.$$
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GCJ}$.
   L'angle inscrit $\widehat{GCJ}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{GOJ}$ construit sur le même arc $\overset{\frown}{GJ}$:
   $$\widehat{GCJ} = \widehat{GCJ} = \frac{3 \times 36}{2} = 54°$$
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CJE}$.
   L'angle inscrit $\widehat{CJE}$ vaut la moitié de l'angle au centre $\widehat{COE}$ construit sur le même arc $\overset{\frown}{CE}$:
   $$\widehat{CJE} = \widehat{CJE} = \frac{2 \times 36}{2} = 36°.$$