EXERCICE 1 - CAEN 2000

1. Calculer le PGCD de 110 et de 88.

2. Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante : « Découper dans ces plaques des carrés, tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte. »
Quelle sera la longueur du côté du carré ?

3. Combien obtiendra-t-on de carrés par plaque ?

EXERCICE 2 - LIMOGES 2000

1. Calculer le PGCD de 114 400 et 60 775.

2. Expliquer comment, sans utiliser la touche « fraction » d'une calculatrice, rendre irréductible la fraction $\frac{60\,775}{114\,400}$

3. Donner l'écriture simplifiée de $\frac{60\,775}{114\,400}$.

EXERCICE 3 - GRENOBLE 2000

Soient les nombres $A = \frac{117}{63}$ et $B = -\frac{8}{7}$.

1. Expliquer pourquoi la fraction A n'est pas irréductible.

2. Simplifier cette fraction pour la rendre irréductible.

3. Montrer, en indiquant les étapes de calcul, que A – B est un nombre entier.

EXERCICE 4 - LYON 2000

Écrire sous forme irréductible la fraction $\frac{630}{924}$ en donnant le détail de tous les calculs.

EXERCICE 5 - NANTES 2000

1. Démontrer que les nombres 65 et 42 sont premiers entre eux.

2. Démontrer que $\frac{520}{336} = \frac{65}{42}$.

EXERCICE 6 - ORLEANS - TOURS 2000

On pose : $M = \frac{20\,755}{9\,488} - \frac{3}{8}$.

1. Calculer le plus grand diviseur commun D aux deux nombres 20 755 et 9 488. (On reportera avec soin sur la copie les calculs qui conduisent à D.)

2. Écrire, en détaillant les calculs, le nombre M sous la forme d'une fraction irréductible.

3. Le nombre M est-il décimal ? Est-il rationnel ? Justifier.

EXERCICE 7 - POITIERS 2000

En utilisant la méthode de votre choix, démontrer que les nombres 1 432 et 587 sont premiers entre eux.

EXERCICE 8 - PARIS 2000

Un philatéliste possède 1 631 timbres français et 932 timbres étrangers. Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques, c'est à dire comportant le même nombre de timbres et la même répartition de timbres français et étrangers.

1. Calculer le nombre maximum de lots qu'il pourra réaliser.

2. Combien y aura-t-il, dans ce cas, de timbres français et étrangers par lots ?

EXERCICE 9 - AFRIQUE 2000

1. Montrer que $\frac{36}{47}$ est une fraction irréductible.

2. Montrer que $\frac{216}{282}$ est égal à la fraction $\frac{36}{47}$.

EXERCICE 10 - NANTES 2001

1. Déterminer le PGCD de 108 et 135.

2. Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires.
Il veut faire des paquets de sorte que :

- tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges ;
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires ;
- toutes les billes rouges et les billes noires soient utilisées.

a. Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

b. Combien y aura-t-il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

EXERCICE 11 - PONDICHERY 2001

1. Calculer le PGCD de 1 756 et 1 317 (on détaillera les calculs nécessaires).

2. Un fleuriste a reçu 1 756 roses blanches et 1 317 roses rouges. Il désire réaliser des bouquets identiques (c'est à dire comprenant un même nombre de roses et la même répartition entre les roses blanches et les rouges) en utilisant toutes les fleurs.

a. Quel sera le nombre maximum de bouquets identiques ? Justifier clairement la réponse.

b. Quel sera alors la composition de chaque bouquet ?

EXERCICE 12 - MARSEILLE 2001

1. Donner l'égalité traduisant la division euclidienne de 1 512 par 21.

2. Rendre irréductible la fraction $\frac{720}{1\,521}$.

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - MONTPELLIER

EXERCICE 1 - CAEN 2000

1. $110 - 88 = 22$
$88 - 22 \times 4 = 0$
Le PGCD de 110 et de 88 est 22.

2. Le côté du carré doit être un diviseur entier de 88 et de 110, le plus grand possible : il s'agit du PGCD.
La longueur du côté du carré est de 22 cm.

3. $110 = 22 \times 5$ et $88 = 22 \times 4$
→On obtiendra $5 \times 4 = 20$ carrés par plaque.

EXERCICE 2 - LIMOGES 2000

1. $114\,400 - 60\,775 \times 1 = 53\,625$
$60\,775 - 53\,625 \times 1 = 7\,150$
$53\,625 - 7\,150 \times 7 = 3\,575$
$7\,150 - 3\,575 \times 2 = 0$
→Le PGCD de 114 400 et 60 775 est 3 5755.

2. Pour rendre irréductible la fraction $\dfrac{60\,775}{114\,400}$, on divise le numérateur et le dénominateur par le PGCD.

3. $$\frac{60\,775}{114\,400} = \frac{\boxed{3575}\times 17}{\boxed{3575}\times 32} = \frac{17}{32}$$

EXERCICE 3 - GRENOBLE 2000

Soient les nombres $A = \dfrac{117}{63}$ et $B = -\dfrac{8}{7}$.

1. 117 et 63 sont des multiples de 9 donc la fraction A n'est pas irréductible.

2. $$\frac{117}{63} = \frac{\boxed{9}\times 13}{\boxed{9}\times 7} = \frac{13}{7}$$

3. $$A - B = \frac{13}{7} - \left(-\frac{8}{7}\right) = \frac{13}{7} + \frac{8}{7} = \frac{21}{7} = 3$$

EXERCICE 4 - LYON 2000

$924 - 630 = 294$
$630 - 294 \times 2 = 42$
$294 - 42 \times 7 = 0$
Le PGCD de 924 et 630 est 42.

$$\frac{630}{924} = \frac{\boxed{42}\times 15}{\boxed{42}\times 22} = \frac{15}{22}$$

EXERCICE 5 - NANTES 2000

1. $65 - 42 = 23$
$42 - 23 = 19$
$23 - 19 = 4$
$19 - 4 \times 4 = 3$
$4 - 3 = 1$
$3 - 1 \times 3 = 0$
Le PGCD est égal à 1 : 65 et 42 sont premiers entre eux.

2. $$\frac{65}{42} = \frac{65\times 8}{42\times 8} = \frac{520}{336}$$

EXERCICE 6 - ORLEANS - TOURS 2000

On pose : $M = \dfrac{20\,755}{9\,488} - \dfrac{3}{8}$.

1. $20\,755 - 9\,488 \times 2 = 1\,779$
$9\,488 - 1\,779 \times 5 = 593$
$1\,779 - 593 \times 3 = 0$
Le PGCD de 20 755 et 9 488 est 593.

2. $$M = \frac{20\,755}{9\,488} - \frac{3}{8}$$
$$= \frac{\boxed{593}\times 35}{\boxed{593}\times 16} - \frac{3\times 2}{8\times 2}$$
$$= \frac{35}{16} - \frac{6}{16}$$
$$= \frac{29}{16}$$

3. M est un nombre rationnel, comme fraction irréductible de deux nombres entiers.

De plus, $\dfrac{29}{16} = 1{,}8125$:
→M est aussi un nombre décimal.

EXERCICE 7 - POITIERS 2000

$1\,432 - 587 \times 2 = 258$
$587 - 258 \times 2 = 71$
$258 - 71 \times 3 = 45$
$71 - 45 = 26$
$45 - 26 = 19$
$26 - 19 = 7$
$19 - 7 \times 2 = 5$
$7 - 5 = 2$
$5 - 2 \times 2 = 1$
$2 - 1 \times 2 = 1$
Le PGCD de 1 432 et 587 est 1 :
ces nombres sont premiers entre eux.

EXERCICE 8 - PARIS 2000

1. On doit calculer le PGCD de 1 631 et 932 :

1 631 – 932 = 699

932 – 699 = 233

699 – 233 × 3 = 0

Le PGCD de 1 631 et 932 est 233 :

→il pourra réaliser 233 lots.

2. $\frac{1631}{233} = 7$ et $\frac{932}{233} = 4$

Chaque lot contiendra 7 timbres français et 4 timbres étrangers.

EXERCICE 9 - AFRIQUE 2000

1. 47 est un nombre premier, donc ces deux nombres sont premiers entre eux et la fraction $\frac{36}{47}$ est irréductible.

2. $\frac{36}{47} = \frac{36 \times 6}{47 \times 6} = \frac{216}{282}$

EXERCICE 10 - NANTES 2001

1. 135 – 108 = 27

108 – 27 × 4 = 0

Le PGCD de 108 et 135 est 27.

2. Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires.

Il veut faire des paquets de sorte que :

- tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges ;
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires ;
- toutes les billes rouges et les billes noires soient utilisées.

a. Le nombre maximal de paquets est égal au PGCD de 108 et 135, soit 27 paquets au maximum.

b. $\frac{108}{27} = 4$ et $\frac{135}{27} = 5$

Chaque paquet contiendra 4 billes rouges et 5 billes noires.

EXERCICE 11 - PONDICHERY 2001

1. 1 756 – 1 317 = 439

1 317 – 439 × 3 = 0

Le PGCD de 1 756 et 1 317 est 439.

2. Un fleuriste a reçu 1 756 roses blanches et 1 317 roses rouges. Il désire réaliser des bouquets identiques (c'est à dire comprenant un même nombre de roses et la même répartition entre les roses blanches et les rouges) en utilisant toutes les fleurs.

a. Pour utiliser toutes les roses, le nombre de bouquets doit être un diviseur des nombres de roses blanches et rouges.

Si l'on veut réaliser un maximum de bouquets, ce diviseur doit être le PGCD des deux quantités de roses : 439 bouquets maximum.

b. $\frac{1\,756}{439} = 4$ et $\frac{1\,317}{439} = 3$

Chaque bouquet contiendra 4 roses blanches et 3 roses rouges.

EXERCICE 12 - MARSEILLE 2001

1. Donner l'égalité traduisant la division euclidienne de 1 512 par 21 : $1512 = 21 \times 72 + 0$

2. Rendre irréductible la fraction $\frac{720}{1\,521}$:

$$\frac{720}{1\,521} = \frac{9 \times 8 \times 10}{1\,512 + 9}$$

$$= \frac{9 \times 80}{21 \times 9 \times 8 + 1 \times 9}$$

$$= \frac{\boxed{9} \times 80}{(21 \times 8 + 1) \times \boxed{9}}$$

$$= \frac{80}{169}$$