

Seconde - Exercices à prise d'initiative n° 2 sur les équations**Exercice 1 :**

Un père dispose de 1600 € pour ses trois enfants. Il veut que l'aîné ait 200 € de plus que le second et que le second ait 100 € de plus que le dernier. Quelle somme doit-il donner à chacun ?

Exercice 2 :

Un jardin a une forme rectangulaire. Il a vingt mètres de moins dans la largeur que dans la longueur. La longueur totale de la clôture qui l'entoure est 250 m. Quelle est l'aire de ce jardin ?

Exercice 3 :

Un triangle a des côtés qui mesurent $x + 4$ cm, x cm et 9 cm.
Le côté de $x + 4$ est le côté le plus long.
Calculer x pour que ce triangle soit un triangle rectangle.

Exercice 4 :

Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme soit 1515.

Exercice 5 :

À ce jour, l'âge du capitaine est le double de celui de Fred. Dans 5 ans, ils auront à eux deux 70 ans.
Quel est l'âge du capitaine ?

Exercice 6 :

Pour assister à un match de foot, un groupe de 21 personnes a payé 90 € de plus qu'un groupe de 12 personnes. Sachant que toutes les places sont au même prix, quel est le prix, en euros, d'une place ?

Exercice 7 :

Trouver le nombre entier x tel que la différence entre son quotient par $\frac{2}{3}$ et son produit par $\frac{2}{7}$ soit égal à 221.

Exercice 8 :

Une personne à qui l'on demandait son âge a répondu :

« Si je vis jusqu'à 100 ans, il me reste encore à vivre les $\frac{3}{2}$ de l'âge que j'ai. »

Quel est l'âge de cette personne ?

Exercice 9 :

Une bouteille cylindrique de 12 cm de hauteur a une capacité de 1 litre.
Quel est le rayon de sa base ? (donner la valeur approchée au mm près).

Exercice 10 :

Une somme d'argent, placée à 6%, a rapporté les mêmes intérêts qu'une somme de 240 € placée à 5%.
Calculer la somme inconnue.

Exercice 11 :

La somme de trois nombres pairs consécutifs est égale à 378.
Quels sont ces trois nombres ?

Exercice 12 :

Dans une classe de 3^{ème}, deux septièmes des élèves apprennent l'allemand, la moitié des élèves apprennent l'espagnol, et les six restants apprennent l'italien.
Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier – M. Quet

Exercice 1 :

Un père dispose de 1600 € pour ses trois enfants. Il veut que l'aîné ait 200 € de plus que le second et que le second ait 100 € de plus que le dernier. Quelle somme doit-il donner à chacun ?

Soit x la somme donnée au dernier (par exemple)

→ le dernier reçoit x

→ le deuxième reçoit $x + 100$

→ le troisième reçoit $(x + 100) + 200 = x + 300$ (il a 200 de plus que le second).

La somme totale est 1600, donc :

$$x + (x + 100) + (x + 300) = 1600$$

$$\Leftrightarrow x + (x + 100) + (x + 300) = 1600$$

$$\Leftrightarrow 3x + 400 = 1600$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1600 - 400$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1200$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{1200}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 400$$

Vérification : $400 + 500 + 700 = 1600$

Conclusion : le dernier a 400 €, le deuxième 500 € et l'aîné 700 €.



Exercice 2 :

Un jardin a une forme rectangulaire. Il a vingt mètres de moins dans la largeur que dans la longueur.

La longueur totale de la clôture qui l'entoure est 250 m. Quelle est l'aire de ce jardin ?

Soit x la longueur du jardin en mètres.

→ la largeur est $x - 20$

Le périmètre, égal à la longueur du contour du rectangle, est la somme des longueurs des côtés donc :

$$x + (x - 20) + x + (x - 20) = 4x - 40$$

On désire que le périmètre mesure 250 m, on obtient l'équation :

$$4x - 40 = 250$$

$$\Leftrightarrow 4x = 250 + 40$$

$$\Leftrightarrow 4x = 290$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{290}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 72,5 \text{ m}$$

La longueur est égale à 72,5 mètres et la largeur vaut 52,5 mètres.

Vérification : $72,5 + (72,5 - 20) + 72,5 + (72,5 - 20) = 72,5 + 52,5 + 72,5 + 52,5 = 250$

$$72,5 \times 52,5 = 3806,25 .$$

L'aire du jardin est 3806,25 m².



Exercice 3 :

Un triangle a des côtés qui mesurent $x + 4$ cm, x cm et 9 cm. Le côté de $x + 4$ est le côté le plus long.

Calculer x pour que ce triangle soit un triangle rectangle.

Le triangle est rectangle, donc d'après le théorème de Pythagore :

$$(x + 4)^2 = x^2 + 9^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = x^2 + 9^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = x^2 + 81$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 - x^2 = 81$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 8x + 16 &= 81 \\ \Leftrightarrow 8x &= 81 - 16 \\ \Leftrightarrow 8x &= 65 \\ \Leftrightarrow \frac{8x}{8} &= \frac{65}{8} \\ \Leftrightarrow x &= 8,125 \end{aligned}$$

Exercice 4 :

Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme soit 1515.

Soit x le premier nombre cherché (par exemple).

Les cinq nombres cherchés sont : x , $x+1$, $x+2$, $x+3$ et $x+4$.

Leur somme vaut 1515, soit :

$$\begin{aligned} x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) &= 1515 \\ \Leftrightarrow 5x + 10 &= 1515 \\ \Leftrightarrow 5x &= 1515 - 10 \\ \Leftrightarrow 5x &= 1505 \\ \Leftrightarrow \frac{5x}{5} &= \frac{1505}{5} \\ \Leftrightarrow x &= 301 \end{aligned}$$

Les nombres cherchés sont : 301 , 302 , 303 , 304 et 305.

Vérification : $301 + 302 + 303 + 304 + 305 = 1515$

Exercice 5 :

À ce jour, l'âge du capitaine est le double de celui de Fred. Dans 5 ans, ils auront à eux deux 70 ans.

Quel est l'âge du capitaine ?

Soit x l'âge de Fred.

→ l'âge du capitaine est $2x$.

Dans 5 ans, Fred aura $x+5$ et le capitaine $2x+5$.

D'après l'énoncé :

$$\begin{aligned} (x+5) + (2x+5) &= 70 \\ \Leftrightarrow 3x + 10 &= 70 \\ \Leftrightarrow 3x &= 70 - 10 \\ \Leftrightarrow 3x &= 60 \\ \Leftrightarrow \frac{3x}{3} &= \frac{60}{3} \\ \Leftrightarrow x &= 20 \end{aligned}$$

Vérification : $(20+5) + (2 \times 20 + 5) = 25 + 45 = 70$

Fred a 20 ans et le capitaine 40 ans.

Exercice 6 :

Pour assister à un match de foot, un groupe de 21 personnes a payé 90 € de plus qu'un groupe de 12 personnes. Sachant que toutes les places sont au même prix, quel est le prix, en euros, d'une place ?

Soit x le prix d'une place.

Le groupe de 21 personnes a payé : $21 \times x$ et le groupe de 12 personnes a payé : $12 \times x$.

D'après l'énoncé :

$$\begin{aligned} 21x &= 12x + 90 \\ \Leftrightarrow 21x - 12x &= 90 \\ \Leftrightarrow 9x &= 90 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9x}{9} = \frac{90}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

Le prix d'une place est donc 10 €.

Exercice 7 :

Trouver le nombre entier x tel que la différence entre son quotient par $\frac{2}{3}$ et son produit par $\frac{2}{7}$ soit égal à 221.

D'après l'énoncé :

$$\left(\frac{x}{\frac{2}{3}} \right) - x \times \frac{2}{7} = 221$$

$$\Leftrightarrow x \times \frac{3}{2} - x \times \frac{2}{7} = 221$$

$$\Leftrightarrow x \times \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{7} \right) = 221$$

$$\Leftrightarrow x \times \left(\frac{3 \times 7}{2 \times 7} - \frac{2 \times 2}{7 \times 2} \right) = 221$$

$$\Leftrightarrow x \times \left(\frac{21}{14} - \frac{4}{14} \right) = 221$$

$$\Leftrightarrow x \times \frac{17}{14} = 221$$

$$\Leftrightarrow x \times \frac{17}{14} \times \frac{14}{17} = 221 \times \frac{14}{17}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\boxed{17} \times 13 \times 14}{\boxed{17}}$$

$$\Leftrightarrow x = 182$$

Le nombre est 182.

Exercice 8 :

Une personne à qui l'on demandait son âge a répondu :

« Si je vis jusqu'à 100 ans, il me reste encore à vivre les $\frac{3}{2}$ de l'âge que j'ai. »

Quel est l'âge de cette personne ?

Soit x l'âge de cette personne. D'après l'énoncé :

$$x + x \times \frac{3}{2} = 100$$

$$\Leftrightarrow x \times 1 + x \times \frac{3}{2} = 100$$

$$\Leftrightarrow x \times \left(1 + \frac{3}{2} \right) = 100$$

$$\Leftrightarrow x \times \left(\frac{2}{2} + \frac{3}{2} \right) = 100$$

$$\Leftrightarrow x \times \frac{5}{2} = 100$$

$$\Leftrightarrow x \times \frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = 100 \times \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 40$$

Cette personne a 40 ans.



Exercice 9 :

Une bouteille cylindrique de 12 cm de hauteur a une capacité de 1 litre.

Quel est le rayon de sa base ? (donner la valeur approchée au mm près).

Soit r le rayon de la base. Le volume de la bouteille est $\text{base} \times \text{hauteur} = \pi \times r^2 \times h = 12\pi r^2$:

Le volume est 1 litre soit 1000 cm^3 :

$$12\pi r^2 = 1000$$

$$\Leftrightarrow \frac{12\pi r^2}{12\pi} = \frac{1000}{12\pi}$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{250}{3\pi}$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{250}{3\pi}}$$

$$\Leftrightarrow r \approx 5,15$$

Le rayon de la bouteille est 5,2 cm environ.



Exercice 10 :

Une somme d'argent, placée à 6 %, a rapporté les mêmes intérêts qu'une somme de 240 € placée à 5 %.

Calculer la somme inconnue.

Soit x la somme inconnue.

Les intérêts s'élèvent à 6 % x , soit $0,06x$.

Les 250 € placés à 5 % rapportent :

$$0,06 \times 240 \times \frac{5}{100} = 12 \text{ €}.$$

D'après l'énoncé :

$$0,06x = 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{0,06x}{0,06} = \frac{12}{0,06}$$

$$\Leftrightarrow x = 200$$

La somme inconnue est 200 €.



Exercice 11 :

La somme de trois nombres pairs consécutifs est égale à 378.

Quels sont ces trois nombres ?

Soit x le premier nombre pair

→ le deuxième est $x + 2$

→ le troisième est $(x + 2) + 2 = x + 4$.

D'après l'énoncé :

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 378$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 = 378$$

$$\Leftrightarrow 3x = 378 - 6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 372$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{372}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 124$$

Vérification : $124 + 126 + 128 = 378$

Les trois nombres sont 124, 126 et 128.

Exercice 12 :

Dans une classe de 3^{ème}, deux septièmes des élèves apprennent l'allemand, la moitié des élèves apprennent l'espagnol, et les six restants apprennent l'italien.

Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ?

Soit x le nombre d'élèves dans cette classe. D'après l'énoncé :

$$x = \frac{2}{7}x + \frac{1}{2}x + 6$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{2}{7}x - \frac{1}{2}x = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{14}{14}x - \frac{4}{14}x - \frac{7}{14}x = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{14}x = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{14}x \times \frac{14}{3} = 6 \times \frac{14}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 28$$

Il y a 28 élèves dans cette classe.