Contrôle de géométrie

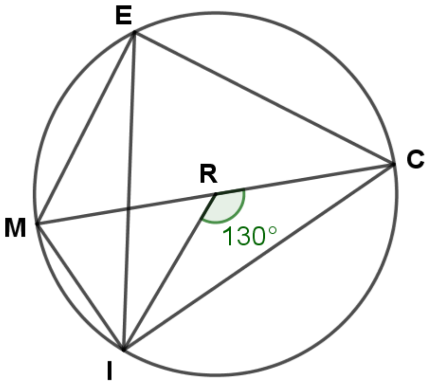
Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre. (Platon)

Exercice 1 : *(7,5 points : 2 – 2 – 1,5 – 2)*

Le cercle ci-contre a pour centre R.

$[MC]$ est un diamètre et $IRC = 130°$.

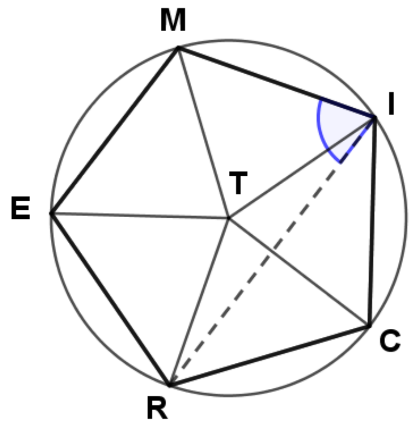
1. Déterminer la mesure de l'angle IEC.
2. Quelle est la mesure de l'angle MEC ?
3. Calculer la mesure de l'angle MEI.
4. Calculer la mesure de l'angle MCI.



Exercice 2 : *(4,5 points)*

On considère un pentagone régulier MERCI de centre T.

Déterminer la mesure de l'angle MIR.



Exercice 3 : *(8 points : 2 – 1 – 2 – 3)*

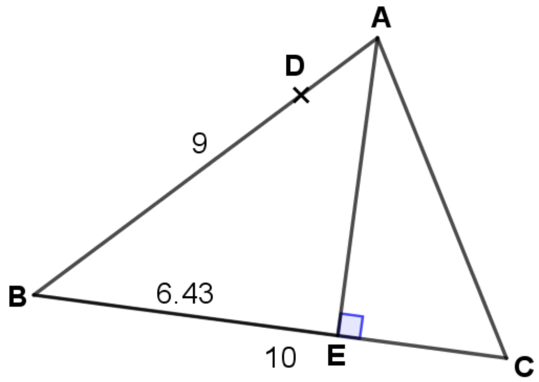
On considère un triangle ABC quelconque tel que :

$AB = 9$ et $BC = 10$.

Soit E le pied de la hauteur du triangle ABC, issue du sommet A. On donne :

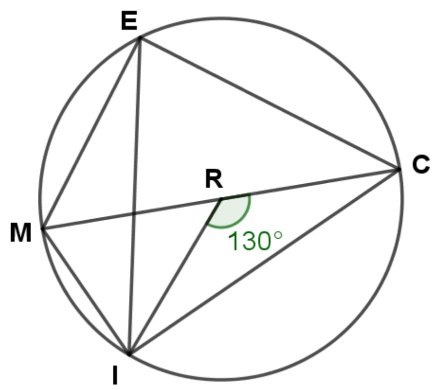
$BE = 6,43$.

1) Calculer la longueur AE (arrondir à 2 décimales).
2) Soit D le point du segment $[AB]$ tel que $BD = 7$.
   Tracer sur la figure ci-jointe le point H, projeté orthogonal du point D sur la droite (BC).
3) Calculer la valeur exacte de la distance BH.
4) Dans le triangle rectangle ACE, calculer la longueur CE puis la valeur de l'angle ACE.



Interrogation de géométrie – CORRIGE – M. Quet

Exercice 1 : *(7,5 points : 2 – 2 – 1,5 – 2)*



Le cercle ci-contre a pour centre R. $[MC]$ *est un diamètre,* $IRC = 130°$.

1. *Déterminer la mesure de l'angle* IEC.

L'angle IEC est inscrit sur l'arc $\overset{\frown}{IC}$ et vaut la moitié de l'angle au centre IRC construit sur le même arc $\overset{\frown}{IC}$. Ainsi :

$$IEC = \frac{1}{2} IRC = \frac{1}{2} \times 130 = 65°.$$

2. *Quelle est la mesure de l'angle* MEC *?*

Le triangle MEC est inscrit dans le cercle de diamètre $[ME]$.

D'après la réciproque du théorème du cercle circonscrit, le triangle MEC est rectangle en E et :

$$MEC = 90°.$$

3. *Calculer la mesure de l'angle* MEI.

Les angles MEI et IEC sont adjacents, donc :

$$MEI + IEC = MEC$$

Soit : $MEI + 65 = 90$

D'où : $MEI = 90 - 65 = 25°$

Autre méthode : Les angles MRI et IRC sont supplémentaires, donc :

$$MRI = 180 - IRC = 180 - 130 = 50°$$

L'angle MEI est inscrit sur l'arc $\overset{\frown}{MI}$ et vaut la moitié de l'angle au centre MRI construit sur le même arc $\overset{\frown}{MI}$. Ainsi :

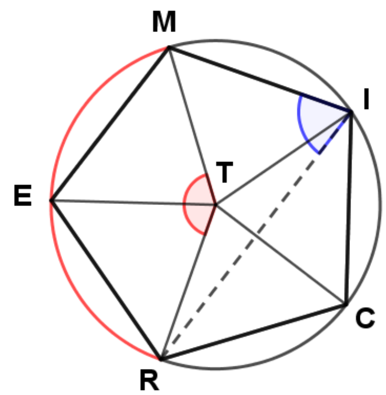
$$MEI = \frac{1}{2} MRI = \frac{1}{2} \times 50 = 25°.$$

4. *Calculer la mesure de l'angle* MCI.

Les angles MEI et MCI sont inscrits sur le même arc $\overset{\frown}{MI}$, donc ils sont égaux :

$$MCI = MEI = 25°$$

Exercice 2 : *(4,5 points)*



On considère un pentagone régulier MERCI de centre T.

Déterminer la mesure de l'angle MIR.

L'angle MIR est inscrit sur l'arc $\overset{\frown}{MR}$ et vaut la moitié de l'angle au centre MTR construit sur le même arc $\overset{\frown}{MR}$.

Le pentagone MERCI est régulier, tous les angles au centre individuels sont égaux et valent :

$$\frac{360}{5} = 72°.$$

Ainsi l'angle au centre MTR vaut :

$$MTR = 2 \times 72 = 144°.$$

On obtient :

$$MIR = \frac{1}{2} MTR = \frac{1}{2} \times 144 = 72°$$

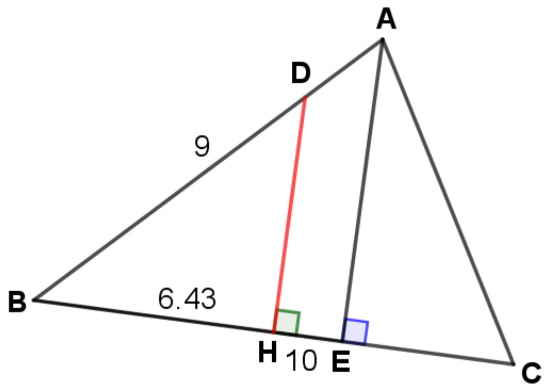
Exercice 3 : *(8 points : 2 – 1 – 2 – 3)*

On considère un triangle ABC quelconque tel que :

$AB = 9$ *et* $BC = 10$.

Soit E le pied de la hauteur du triangle ABC, issue du sommet A. On donne :

$BE = 6,43$.



1) *Calculer la longueur AE (arrondir à 2 décimales).*

Le triangle BAE est rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :

$$BE^2 + EA^2 = BA^2$$

Soit : $6,43^2 + EA^2 = 9^2$

$$\Leftrightarrow EA^2 = 9^2 - 6,43^2 = 39,6551$$

$$\Leftrightarrow EA = \sqrt{39,6551} \simeq 6,30$$

2) *Soit D le point du segment* $[AB]$ *tel que* $BD = 7$.

Tracer sur la figure ci-jointe le point H, projeté orthogonal du point D sur la droite (BC).

3) Calculer la valeur exacte de la distance BH.

Les droites (AD) et (HE) se coupent en B et $(AE)//(BH)$, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BH}{BE} = \frac{DH}{AE}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{9} = \frac{BH}{6,43} = \frac{DH}{6,30}$$

Ainsi : $9 \times BH = 7 \times 6,43 \Leftrightarrow BH = \dfrac{7 \times 6,43}{9} \simeq 5$

4) *Dans le triangle rectangle ACE, calculer la longueur CE puis la valeur de l'angle* ACE.

Les points B, E et C étant alignés, on a :

$$EC = BC - BE = 10 - 6,43 = 3,57$$

Dans le triangle rectangle ACE, d'après les règles de trigonométrie :

$$\tan ACE = \frac{AE}{EC} = \frac{6,30}{3,57}$$

Donc $ACE = \tan^{-1}\left(\dfrac{6,30}{3,57}\right) \simeq 60,46°$